Inégalité triangulaire et médiatrice d'un segment

12 exercices • Corrections expliquées • Méthode à retenir

Conseil. Cherchez d'abord chaque exercice sur la fiche d'énoncés, puis comparez votre démarche avec la correction, étape par étape.

TRIANGLE POSSIBLE ET MÉDIATRICE

Niveau 1 · Facile

Exercice 01 Tester trois longueurs

a) Le plus grand côté est 7 cm et $4+5=9$. Comme $7<9$, le triangle existe.

b) $3+4=7$ et $9>7$: le triangle n'existe pas.

c) $2{,}5+3{,}5=6$: le plus grand côté est égal à la somme des deux autres. Les points sont alignés, le triangle est aplati.

d) $6<6+6$: le triangle existe, c'est un triangle équilatéral.

À retenir. *On compare le plus grand côté à la somme des deux autres : plus petit, triangle ; égal, points alignés ; plus grand, impossible.*

Exercice 02 Définir la médiatrice

a) C'est la droite perpendiculaire à (AB) qui passe par le milieu de $[AB]$.

b) Non : elle passe par le milieu de $[AB]$, pas par ses extrémités.

c) Une seule : il n'y a qu'un milieu et qu'une perpendiculaire à (AB) en ce point.

d) Non : il faut aussi qu'elle passe par le milieu de $[AB]$.

À retenir. *La médiatrice réunit deux conditions : passer par le milieu du segment et être perpendiculaire à sa droite.*

Exercice 03 Points de la médiatrice

a) M est sur la médiatrice de $[EF]$, donc $MF=ME=4{,}2$ cm.

b) De même, $NE=NF=6$ cm.

c) I est le milieu de $[EF]$, donc $IE=7\div 2=3{,}5$ cm.

À retenir. *Tout point de la médiatrice d'un segment est à égale distance des deux extrémités du segment.*

CONSTRUIRE ET ENCADRER

Exercice 04 Médiatrice à l'équerre

Niveau 1 · Facile

a) On place le milieu I de $[CD]$ à 3 cm de C, puis on trace à l'équerre la perpendiculaire à (CD) passant par I.

b) En mesurant, on trouve deux longueurs égales : c'est la propriété de la médiatrice.

c) On code $IC=ID$ par deux traits identiques et l'angle droit en I.

À retenir. *Avec la règle graduée et l'équerre, on construit d'abord le milieu, puis la perpendiculaire en ce milieu.*

Exercice 05 Médiatrice au compas

Niveau 2 · Intermédiaire

a) On ouvre le compas à plus de 2,5 cm. On trace deux arcs de centre G de part et d'autre de $[GH]$, puis deux arcs de même ouverture de centre H. Ils se coupent en M et N ; on trace (MN).

b) Avec une ouverture plus petite que la moitié de GH, les arcs de centres G et H ne se rencontrent pas.

c) $MG=MH$ et $NG=NH$, car les arcs ont la même ouverture : M et N sont sur la médiatrice. Une seule droite passe par M et N, c'est donc la médiatrice.

À retenir. *Deux points équidistants de G et de H suffisent pour tracer la médiatrice de $[GH]$.*

Exercice 06 Encadrer le troisième côté

Niveau 2 · Intermédiaire

a) x doit être plus petit que la somme des deux autres : $x<4+7$, soit $x<11$.

b) Il faut $7<4+x$, donc $x>3$.

c) $3<x<11$: x vaut 4, 5, 6, 7, 8, 9 ou 10.

À retenir. *Le troisième côté est compris entre la différence et la somme des deux côtés connus.*

RÉCIPROQUE ET CAS D'ÉGALITÉ

Niveau 2 · Intermédiaire

Exercice 07 Utiliser la réciproque

a) K est équidistant de A et de B, donc il appartient à la médiatrice de $[AB]$. De même pour L.

b) K et L sont deux points distincts de la médiatrice de $[AB]$: (KL) est cette médiatrice.

c) Oui : la médiatrice de $[AB]$ est perpendiculaire à (AB).

À retenir. *Si un point est équidistant des extrémités d'un segment, alors il appartient à sa médiatrice.*

Exercice 08 Le triangle aplati

a) $AB + BC = 3{,}5 + 4{,}5 = 8$: on a $AC = AB + BC$.

b) Ils sont alignés et B appartient au segment $[AC]$: le triangle ABC est aplati.

c) Non : $9 > 8$, le plus grand côté dépasserait la somme des deux autres.

À retenir. *Le cas d'égalité de l'inégalité triangulaire caractérise des points alignés.*

Exercice 09 Vrai ou faux sur la médiatrice

a) Faux : un seul de ses points, celui qui est sur $[AB]$, est le milieu.

b) Vrai : c'est la propriété réciproque.

c) Faux : chaque côté est plus court que la somme des deux autres.

d) Vrai : c'est l'une des deux conditions de la définition.

À retenir. *On s'appuie sur la définition, la propriété directe ou la réciproque, en citant celle que l'on utilise.*

PROBLÈMES DE LIEU

Niveau 3 · Difficile

Exercice 10 La fontaine

a) N'importe où sur la médiatrice de $[AB]$, car ce sont les points équidistants de A et de B.

b) Une seule : le point d'intersection de (r) avec la médiatrice. Elles ne sont pas parallèles, car (r) n'est pas perpendiculaire à (AB).

c) $80 \div 10 = 8$ cm.

À retenir. *Un lieu de points « à égale distance de deux points » est toujours une médiatrice.*

Exercice 11 Construire puis vérifier

a) Le plus grand côté mesure 6 cm et $4 + 5 = 9$: comme $6 < 9$, le triangle existe.

b) On trace $[RS]$ de 6 cm. On trace un arc de centre R et de rayon 4 cm, puis un arc de centre S et de rayon 5 cm ; T est leur point d'intersection.

c) Non : $TR = 4$ cm et $TS = 5$ cm. Si T était sur la médiatrice, on aurait $TR = TS$.

À retenir. *Un point dont les distances aux extrémités sont différentes n'est pas sur la médiatrice.*

Exercice 12 Un point équidistant de trois sommets

a) O est sur la médiatrice de $[AB]$, donc $OA = OB$, et sur celle de $[AC]$, donc $OA = OC$.

b) On a $OB = OA = OC$, donc $OB = OC$: par la réciproque, O est sur la médiatrice de $[BC]$.

c) Il passe aussi par B et par C, puisque $OA = OB = OC$.

À retenir. *Les trois médiatrices d'un triangle se coupent en un point équidistant des trois sommets.*

Mathfjib MATHFJIB.COM