

Droites des milieux dans un triangle

Entraînement progressif • 15 exercices • Corrigé bref à la fin

Nom et prénom : _____

Classe : _____

Consigne. Répondre sur le cahier en justifiant chaque réponse. Réaliser les constructions avec soin, aux instruments.

THÉORÈME DES MILIEUX

Niveau 1 • Facile

Exercice 01 Appliquer le théorème

Dans un triangle ABC, E est le milieu de [AB] et F est le milieu de [AC]. On donne $BC = 11$ cm.

- a) Que peut-on dire des droites (EF) et (BC) ?
- b) Calculer EF.
- c) Sur une autre figure du même type, $EF = 3,8$ cm. Calculer BC.

Exercice 02 Choisir le bon côté

Dans un triangle RST, U est le milieu de [RS], V le milieu de [ST] et W le milieu de [RT]. On donne $RS = 8$ cm, $ST = 10$ cm et $RT = 12$ cm.

- a) À quel côté la droite (UV) est-elle parallèle ?
- b) Calculer UV.
- c) Calculer VW.

Exercice 03 Vérifier les conditions

Dans un triangle ABC, M est un point de [AB] et N un point de [AC]. Dans chaque cas, peut-on affirmer que $(MN) \parallel (BC)$ avec le théorème des milieux ?

- a) $AM = MB$ et $AN = NC$.
- b) $AM = MB$ seulement.
- c) $AM = AN$.

UN MILIEU ET UNE PARALLÈLE

Niveau 1 • Facile

Exercice 04 Un milieu et une parallèle

Dans un triangle ABC, I est le milieu de [AB]. La parallèle à (BC) passant par I coupe [AC] en J. On donne $AC = 9$ cm et $BC = 12$ cm.

- a) Que peut-on dire du point J ?
- b) Calculer AJ.
- c) Calculer IJ.

Exercice 05 Parallèle à un autre côté

Dans un triangle DEF, K est le milieu de [DE]. La parallèle à (DF) passant par K coupe [EF] en L. On donne $EF = 8,6$ cm et $DF = 10$ cm.

- a) Que peut-on dire du point L ? Justifier.
- b) Calculer EL et LF.
- c) Calculer KL.

Exercice 06 Vrai ou faux

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse. Justifier.

- a) Dans un triangle, le segment qui joint les milieux de deux côtés mesure la moitié du troisième côté.
- b) Toute parallèle à un côté d'un triangle coupe les deux autres côtés en leur milieu.
- c) Si M est le milieu de [AB] et N le milieu de [AC], alors $MN = \frac{1}{2}AB$.

RÉDIGER UNE DÉMONSTRATION

Niveau 2 · Intermédiaire

Exercice 07 Rédiger une preuve

Dans un triangle ABC, P est un point de [AB] tel que $AP = PB = 2,5$ cm, et Q est un point de [AC] tel que $AQ = QC = 4$ cm. On donne $BC = 9$ cm.

- a) Justifier que P et Q sont des milieux.
- b) Démontrer que $(PQ) \parallel (BC)$.
- c) Calculer PQ.

Exercice 08 Le triangle des milieux

Dans un triangle ABC, I, J et K sont les milieux de [AB], [BC] et [CA]. On donne $AB = 7$ cm et $CA = 6$ cm.

- a) Démontrer que $(IJ) \parallel (AC)$ et que $(JK) \parallel (AB)$.
- b) Calculer IJ et JK.
- c) Quelle est la nature du quadrilatère AIJK ? Justifier.

Exercice 09 Deux triangles, un côté commun

ABC et DBC sont deux triangles qui ont le côté [BC] en commun. I, J, K et L sont les milieux de [AB], [AC], [DB] et [DC].

- a) Démontrer que $(IJ) \parallel (BC)$.
- b) Démontrer que $(KL) \parallel (BC)$.
- c) Que peut-on dire des droites (IJ) et (KL), puis des longueurs IJ et KL ?

RAPPORTS DE LONGUEURS

Niveau 2 · Intermédiaire

Exercice 10 Écrire les rapports

Dans un triangle ABC, M est un point de [AB], N un point de [AC] et $(MN) \parallel (BC)$. On donne $AB = 12$ cm, $AC = 9$ cm, $BC = 15$ cm et $AM = 8$ cm.

- a) Écrire l'égalité des trois rapports.
- b) Calculer AN.
- c) Calculer MN.

Exercice 11 Retrouver une longueur

Dans un triangle EFG, R est un point de [EF], S un point de [EG] et $(RS) \parallel (FG)$. On donne $ER = 3$ cm, $EF = 7,5$ cm, $RS = 4$ cm et $EG = 12,5$ cm.

- a) Écrire le rapport $\frac{ER}{EF}$ sous la forme d'une fraction irréductible.
- b) Calculer FG.
- c) Calculer ES, puis SG.

Exercice 12 Le cas du milieu

Dans un triangle ABC, M est un point de [AB], N un point de [AC] et $(MN) \parallel (BC)$. On sait que $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{2}$.

- a) Que représente M pour le segment [AB] ?
- b) Que vaut le rapport $\frac{AN}{AC}$? Que représente N ?
- c) Quelle relation obtient-on entre MN et BC ?

PROBLÈMES ET RAISONNEMENT

Niveau 3 · Difficile

Exercice 13 Problème : une charpente

La ferme d'une charpente a la forme d'un triangle ABC, avec $BC = 6,4$ m. Une poutre [MN] relie le milieu M de [AB] au milieu N de [AC].

- a) Justifier que la poutre [MN] est parallèle à [BC].
- b) Calculer la longueur de cette poutre.
- c) Une seconde poutre [PQ], parallèle à [BC], relie un point P de [AB] à un point Q de [AC], avec $AP = \frac{1}{4}AB$. Calculer PQ.

Exercice 14 Problème : partager un segment

Pour partager un segment [AB] de 9 cm en trois parts égales, on trace une demi-droite d'origine A et on y place U, V et W tels que $AU = UV = VW$. Les parallèles à (WB) passant par U et par V coupent [AB] en P et en Q.

- a) Donner les rapports $\frac{AU}{AW}$ et $\frac{AV}{AW}$.
- b) Calculer AP.
- c) Calculer AQ, puis vérifier que $AP = PQ = QB$.

Exercice 15 Défi : enchaîner les théorèmes

Rédiger les étapes de chaque réponse.

- a) Dans un triangle ABC, M est sur [AB], N sur [AC] et $(MN) \parallel (BC)$. Imane écrit $\frac{AM}{MB} = \frac{MN}{BC}$. Corriger.
- b) I est le milieu de [AB] et J le milieu de [AC] dans un triangle ABC de périmètre 30 cm. Calculer le périmètre du triangle AIJ.
- c) Dans ce même triangle, K est le milieu de [AI] et L le milieu de [AJ], avec $BC = 10$ cm. Calculer KL.

CORRIGÉ BREF

Réponses essentielles

Les réponses suivent exactement la numérotation des exercices. Les corrections détaillées et la méthode à retenir sont en ligne, sous chaque exercice de la série, sur mathfjib.com.

Exercice 01 Appliquer le théorème

- a) $(EF) \parallel (BC)$; b) $EF = 5,5$ cm; c) $BC = 7,6$ cm.

Exercice 02 Choisir le bon côté

- a) Au côté [RT]; b) $UV = 6$ cm; c) $VW = 4$ cm.

Exercice 03 Vérifier les conditions

- a) Oui; b) Non; c) Non.

Exercice 04 Un milieu et une parallèle

- a) J est le milieu de [AC]. b) $AJ = 4,5$ cm. c) $IJ = 6$ cm.

Exercice 05 Parallèle à un autre côté

- a) L est le milieu de [EF]. b) $EL = LF = 4,3$ cm. c) $KL = 5$ cm.

Exercice 06 Vrai ou faux

- a) Vrai; b) Faux; c) Faux : $MN = \frac{1}{2}BC$.

Exercice 07 Rédiger une preuve

- a) Appartenance et égalité de longueurs. b) Théorème des milieux dans ABC. c) $PQ = 4,5$ cm.

Exercice 08 Le triangle des milieux

- a) Théorème des milieux, deux fois. b) $IJ = 3$ cm et $JK = 3,5$ cm. c) Un parallélogramme.

Exercice 09 Deux triangles, un côté commun

- a) Théorème des milieux dans ABC. b) Théorème des milieux dans DBC. c) $(IJ) \parallel (KL)$ et $IJ = KL$.

Exercice 10 Écrire les rapports

- a) $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$; b) $AN = 6$ cm; c) $MN = 10$ cm.

Exercice 11 Retrouver une longueur

- a) $\frac{2}{5}$; b) $FG = 10$ cm; c) $ES = 5$ cm et $SG = 7,5$ cm.

Exercice 12 Le cas du milieu

- a) Le milieu de [AB]. b) $\frac{1}{2}$: N est le milieu de [AC]. c) $MN = \frac{1}{2}BC$.

Exercice 13 Problème : une charpente

- a) Théorème des milieux; b) $MN = 3,2$ m; c) $PQ = 1,6$ m.

Exercice 14 Problème : partager un segment

- a) $\frac{1}{3}$ et $\frac{2}{3}$. b) $AP = 3$ cm. c) $AQ = 6$ cm, puis $PQ = QB = 3$ cm.

Exercice 15 Défi : enchaîner les théorèmes

- a) $\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC}$; b) 15 cm; c) $KL = 2,5$ cm.