

Triangles isométriques et triangles semblables

Entraînement progressif • 15 exercices • Corrigé bref à la fin

Nom et prénom : _____

Classe : _____

Consigne. Répondre sur le cahier en justifiant chaque réponse. Réaliser les constructions avec soin, aux instruments.

Exercice 01 Nommer le cas d'isométrie

Niveau 1 · Facile

Dans chaque cas, dire si les triangles RST et UVW sont isométriques, en nommant le cas utilisé.

a) $RS = UV$, $ST = VW$ et $RT = UW$.

b) $RS = UV$, $\widehat{R} = \widehat{U}$ et $\widehat{S} = \widehat{V}$.

c) $RS = UV$, $ST = VW$ et $\widehat{S} = \widehat{V}$.

Exercice 02 Utiliser des triangles isométriques

Niveau 1 · Facile

Les triangles ABC et MNP sont isométriques, les sommets A, B, C correspondant à M, N, P dans cet ordre. On donne $AB = 4,5$ cm, $BC = 6$ cm, $\widehat{A} = 80^\circ$ et $\widehat{B} = 40^\circ$.

a) Donner MN et NP.

b) Donner $\widehat{M}$ et $\widehat{N}$.

c) Calculer $\widehat{P}$.

Exercice 03 Attention aux faux cas

Niveau 1 · Facile

Dire si l'on peut affirmer que les deux triangles sont isométriques. Justifier.

a) Ils ont trois angles égaux deux à deux.

b) Ils ont deux côtés égaux deux à deux et un angle égal, qui n'est pas compris entre ces côtés.

c) Ils ont chacun des côtés de 4 cm, 5 cm et 7 cm.

RECONNAÎTRE DES TRIANGLES SEMBLABLES*Niveau 1 · Facile***Exercice 04 Semblables grâce aux angles***Niveau 1 · Facile*

Dans chaque cas, dire si les deux triangles sont semblables.

- a) Le premier a des angles de 50° et 60° ; le second a des angles de 60° et 70° .
- b) Le premier a des angles de 35° et 90° ; le second a des angles de 90° et 45° .
- c) Deux triangles équilatéraux de côtés 3 cm et 8 cm.

Exercice 05 Semblables grâce aux côtés*Niveau 1 · Facile*

Les côtés du triangle ABC mesurent 4 cm, 6 cm et 8 cm. Ceux du triangle DEF mesurent 6 cm, 9 cm et 12 cm.

- a) Ranger les côtés de chaque triangle dans l'ordre croissant, puis calculer les trois rapports.
- b) Les triangles sont-ils semblables ?
- c) Quel est le rapport k d'agrandissement de ABC vers DEF ?

Exercice 06 Sommets et côtés homologues*Niveau 1 · Facile*

Les triangles ABC et RST sont semblables, avec $\widehat{A} = \widehat{R}$ et $\widehat{B} = \widehat{S}$.

- a) Quel est le sommet homologue de C ?
- b) Quel côté de RST est homologue à [AB] ? à [BC] ?
- c) Écrire l'égalité des trois rapports.

CALCULER AVEC LE RAPPORT

Niveau 2 · Intermédiaire

Exercice 07 Calculer des longueurs

Niveau 2 · Intermédiaire

Les triangles ABC et DEF sont semblables dans cet ordre. On donne $AB = 6$ cm, $BC = 9$ cm, $AC = 12$ cm et $DE = 4$ cm.

- a) Calculer le rapport k de ABC vers DEF.
- b) Calculer EF.
- c) Calculer DF.

Exercice 08 Deux côtés proportionnels et un angle

Niveau 2 · Intermédiaire

Dans le triangle ABC, $AB = 4$ cm, $AC = 6$ cm et $\hat{A} = 50^\circ$. Dans le triangle MNP, $MN = 10$ cm, $MP = 15$ cm et $\hat{M} = 50^\circ$.

- a) Comparer $\frac{MN}{AB}$ et $\frac{MP}{AC}$.
- b) Les triangles sont-ils semblables ? Justifier.
- c) On donne $BC = 4,6$ cm. Calculer NP.

Exercice 09 Triangles semblables et parallèles

Niveau 2 · Intermédiaire

Dans un triangle ABC, M est un point de $[AB]$ et N un point de $[AC]$ tels que $(MN) \parallel (BC)$. On donne $AM = 3$ cm, $AB = 7,5$ cm et $BC = 10$ cm.

- a) Comparer les angles $\widehat{AMN}$ et $\widehat{ABC}$.
- b) Démontrer que les triangles AMN et ABC sont semblables.
- c) Calculer MN.

PÉRIMÈTRES ET AIRES

Niveau 2 · Intermédiaire

Exercice 10 Rapport des périmètres

Niveau 2 · Intermédiaire

Un triangle T a pour côtés 5 cm, 6 cm et 9 cm. Le triangle U est un agrandissement de T de rapport $k = 2,5$.

- a) Calculer les côtés de U.
- b) Calculer le périmètre de T, puis celui de U.
- c) Calculer le rapport des deux périmètres. Que remarque-t-on ?

Exercice 11 Rapport des aires

Niveau 2 · Intermédiaire

Deux triangles semblables ont un rapport $k = 3$ du petit vers le grand.

- a) Le petit a une aire de 7 cm^2 . Calculer l'aire du grand.
- b) Le grand a un périmètre de 48 cm. Calculer le périmètre du petit.
- c) Un autre agrandissement multiplie les aires par 16. Quel est son rapport ?

Exercice 12 Du rapport des aires au rapport des longueurs

Niveau 2 · Intermédiaire

Deux triangles semblables ont pour aires 8 cm^2 et 50 cm^2 .

- a) Calculer le rapport des aires, du petit vers le grand.
- b) En déduire le rapport k des longueurs.
- c) Un côté du petit triangle mesure 3 cm. Calculer le côté homologue du grand.

PROBLÈMES ET RAISONNEMENT

Niveau 3 · Difficile

Exercice 13 Problème : le miroir et l'immeuble

Niveau 3 · Difficile

Pour mesurer un immeuble, Lina pose un miroir à plat sur le sol horizontal, à 12 m du pied de l'immeuble. Elle recule de 1,5 m et voit le sommet de l'immeuble dans le miroir. Ses yeux sont à 1,6 m du sol. Le rayon lumineux fait le même angle avec le sol avant et après la réflexion.

- a) Démontrer que les deux triangles rectangles formés sont semblables.
- b) Calculer la hauteur h de l'immeuble.
- c) Le miroir est maintenant à 20 m de l'immeuble. À quelle distance d du miroir Lina doit-elle se placer ?

Exercice 14 Problème : la maquette d'une voile

Niveau 3 · Difficile

Une voile triangulaire a pour côtés 3 m, 4 m et 4,5 m, et une aire d'environ $5,9 \text{ m}^2$. On en fabrique une maquette à l'échelle $\frac{1}{10}$.

- a) Calculer, en centimètres, les côtés de la maquette.
- b) Par quel nombre l'aire est-elle multipliée ?
- c) Calculer l'aire de la maquette, en cm^2 .

Exercice 15 Défi : des triangles dans un parallélogramme

Niveau 3 · Difficile

ABCD est un parallélogramme de centre O.

- a) Démontrer que les triangles ABC et CDA sont isométriques.
- b) Démontrer que les triangles OAB et OCD sont isométriques.
- c) En déduire que $\widehat{OAB} = \widehat{OCD}$.