

Symétrie centrale

Deux points A et A' sont symétriques par rapport à un point O lorsque O est le milieu de $[AA']$. La symétrie centrale correspond à un demi-tour autour de O : la figure change de position tout en conservant ses longueurs, ses angles et son aire. En 1AC, la construction se fait à la règle et au compas ou sur un quadrillage.

Mathématiques 1AC - Programme marocain - Mis à jour le 20/10/2026

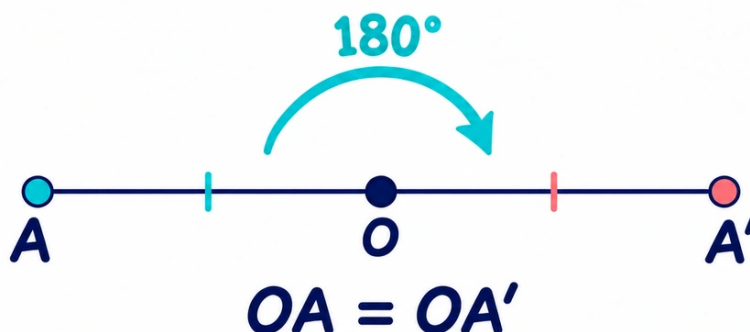
Objectifs du chapitre

- Construire l'image d'un point par symétrie centrale
- Transformer un segment, un triangle ou un cercle
- Utiliser les propriétés conservées pour justifier
- Reconnaître le centre de symétrie d'une figure

Avant de commencer

Construire le milieu d'un segment; Reporter une longueur au compas; Reconnaître des droites parallèles et des points alignés.

Un demi-tour autour de O



Même forme, mêmes dimensions



Le demi-tour place A' de l'autre côté de O avec $OA = OA'$: O est le milieu de $[AA']$.

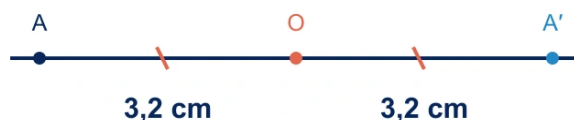
1. Comment reconnaître deux points symétriques?

Symétrique d'un point

Le symétrique de A par rapport à O est le point A' tel que A , O et A' soient alignés et que O soit le milieu de $[AA']$. Ainsi $OA = OA'$ et les deux points sont de part et d'autre de O .

L'égalité des distances ne suffit pas : beaucoup de points sont à la même distance de O . Il faut aussi l'alignement et la position de l'autre côté du centre. Le point O est son propre symétrique, car il ne bouge pas lors du demi-tour.

Le centre est le milieu



A, O, A' alignés et $OA = OA'$

$$AA' = 6,4 \text{ cm}$$



O est le milieu de $[AA']$: $OA = OA' = 3,2 \text{ cm}$.

2. Construction à la règle et au compas

Méthode : Construire A' de centre O

1. Tracer la droite (AO) .
2. Ouvrir le compas sur la longueur OA .
3. Reporter cette longueur à partir de O , du côté opposé à A ; on obtient A' .
4. Coder $OA = OA'$ et vérifier l'alignement des trois points.

Une distance doublée

$OA = 3,2 \text{ cm}$. Quelle est la longueur AA' ?

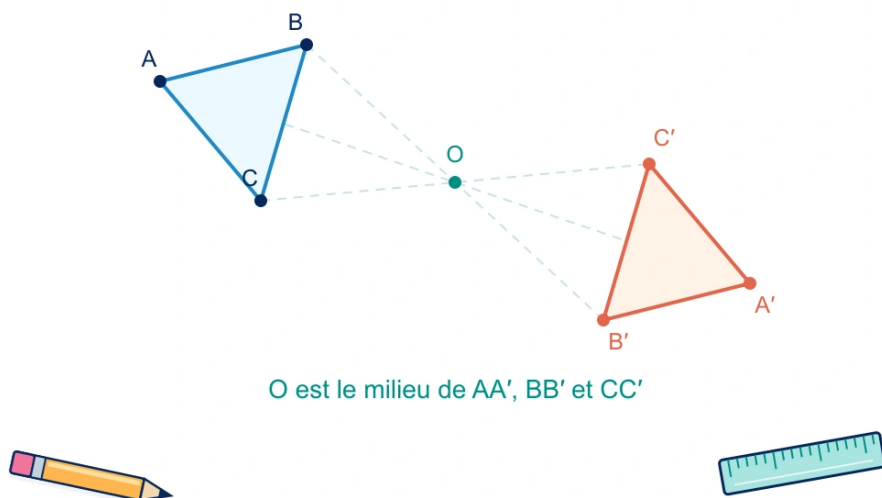
1. Le centre est au milieu, donc $OA' = 3,2 \text{ cm}$.
2. $AA' = OA + OA' = 6,4 \text{ cm}$. Cette somme est possible car O est entre les deux points.

3. Comment transformer toute une figure ?

Méthode : Image d'un triangle

1. Construire séparément les symétriques A' , B' et C' des sommets.
2. Relier les points dans le même ordre : $A'B'$, $B'C'$ et $C'A'$.
3. Conserver les codages utiles et vérifier que O est le milieu des trois segments reliant un sommet à son image.
4. Éviter de tracer seulement une figure qui ressemble à l'originale : chaque point doit correspondre au bon sommet.

Construire l'image d'un triangle



Un demi-tour conserve les longueurs et les angles du triangle.

Sur un quadrillage, on compte les déplacements depuis le centre. Si A est trois carreaux à droite et deux vers le haut de O , alors A' est trois carreaux à gauche et deux vers le bas. On inverse les deux déplacements : cela représente bien un demi-tour.

4. Quelles propriétés la symétrie centrale conserve-t-elle ?

Conservations

La symétrie centrale conserve les longueurs, les mesures des angles, l'alignement et les aires. L'image d'un segment $[AB]$ est $[A'B']$ avec $A'B' = AB$. L'image d'une droite est une droite parallèle, éventuellement confondue avec elle.

Une propriété sans nouvelle mesure

ABC est rectangle en B avec $AB = 4$ cm. Son image est $A'B'C'$.

1. L'angle en B' reste droit et $A'B' = 4$ cm.
2. On peut l'affirmer par conservation des angles et des longueurs, sans reprendre le rapporteur ou la règle.

Une droite passant par le centre a pour image elle-même : chacun de ses points change de place, mais reste sur cette droite. Une droite ne passant pas par le centre a une image parallèle distincte. Une demi-droite devient une demi-droite de sens opposé dont l'origine est l'image de l'origine initiale.

5. Image d'un cercle

Le rayon reste identique

L'image du cercle de centre C et de rayon r est le cercle de centre C' , symétrique de C , et de même rayon r .

Méthode : Construire le cercle image

1. Construire d'abord C' par rapport à O .
2. Garder l'ouverture du compas correspondant au rayon du cercle initial.

3. Tracer le cercle de centre C' avec ce rayon.
4. Pour contrôler, choisir un point du premier cercle et construire son image : elle doit appartenir au second.

6. Trouver un centre de symétrie

Centre de symétrie d'une figure

Un point O est centre de symétrie d'une figure si le demi-tour autour de O superpose la figure à elle-même. Chaque point de la figure doit avoir son symétrique dans la figure.

Le milieu d'un segment est son centre de symétrie. Le point de rencontre des diagonales d'un parallélogramme est aussi un centre de symétrie. Pour vérifier une proposition, relie plusieurs couples de points correspondants : leurs segments doivent avoir le même milieu. Un simple triangle non aplati n'a pas de centre de symétrie.

7. Ne pas confondre symétrie centrale et symétrie axiale

Attention

La symétrie centrale utilise un point et un demi-tour. La symétrie axiale utilise une droite, comme une image dans un miroir. Pour la symétrie centrale, on ne trace pas automatiquement une perpendiculaire : on prolonge la droite qui relie le point au centre.

Dans une justification, écris les deux conditions du milieu. Dire uniquement « les deux points sont à la même distance » laisse de nombreuses positions possibles. La phrase « O est le milieu de $[AA']$ » rassemble les informations indispensables et rend la réponse vérifiable.

Je retiens

- A' est l'image de A si O est le milieu de $[AA']$.
- La symétrie centrale correspond à un demi-tour.
- Le centre O reste fixe.
- Les longueurs, les angles, l'alignement et les aires sont conservés.
- Les droites images sont parallèles, parfois confondues.
- Le cercle image garde le même rayon et change de centre.

Exercices - À chercher avant la correction

Résous les exercices sur ton cahier. Justifie les calculs, indique les unités et soigne les constructions.

Exercice 1. Distance au centre

Facile

A' est le symétrique de A par rapport à O et $OA = 4$ cm. Calculer OA' et AA' .

Exercice 2. Le point fixe

Facile

Quel est le symétrique du centre O par rapport à lui-même ? Justifier.

Exercice 3. Longueur conservée

Facile

L'image de $[AB]$ est $[A'B']$. Si $AB = 6,7$ cm, calculer $A'B'$.

Exercice 4. Sur quadrillage

Intermédiaire

P est à deux carreaux à gauche et quatre carreaux au-dessus de O . Décrire la position de P' .

Exercice 5. Cercle image

Intermédiaire

Un cercle de centre C a un rayon de 2,5 cm. Décrire sa construction image de centre de symétrie O .

Exercice 6. Deux conditions nécessaires

Intermédiaire

On sait $OA = OA' = 3$ cm. Peut-on conclure que A et A' sont symétriques par rapport à O ?

Exercice 7. Angle image

Intermédiaire

$\widehat{ABC} = 117^\circ$. Les images de A, B, C sont D, E, F . Calculer $\widehat{DEF}$.

Exercice 8. Droite passant par O

Intermédiaire

Une droite (d) passe par le centre O . Son image est-elle une droite distincte ?

Exercice 9. Périmètre et aire

Approfondissement

Un rectangle de 7 cm sur 3 cm subit une symétrie centrale. Calculer le périmètre et l'aire de son image.

Exercice 10. Reconstituer le centre

Approfondissement

On connaît deux points distincts A et A' qui se correspondent par symétrie centrale. Comment retrouver le centre et contrôler avec un second couple B, B' ?

Corrections expliquées des exercices

Exercice 1. Distance au centre

Le centre est le milieu : $OA' = OA = 4$ cm.

$AA' = 4 + 4 = 8$ cm car O est entre A et A' .

Exercice 2. Le point fixe

Le demi-tour ne déplace pas son centre.

Le symétrique de O est donc O lui-même.

Exercice 3. Longueur conservée

La symétrie centrale conserve les longueurs.

Donc $A'B' = 6,7$ cm, quelle que soit la position du centre.

Exercice 4. Sur quadrillage

Le demi-tour inverse les deux déplacements par rapport au centre.

P' est à deux carreaux à droite et quatre carreaux au-dessous de O .

Exercice 5. Cercle image

Construire C' sur (OC) de l'autre côté de O avec $OC' = OC$.

Tracer ensuite le cercle de centre C' et de rayon 2,5 cm.

Exercice 6. Deux conditions nécessaires

Non : l'égalité des distances ne garantit ni l'alignement ni la position de part et d'autre du centre.

Il faut vérifier que O est le milieu de $[AA']$.

Exercice 7. Angle image

Le sommet B a pour image E , donc l'angle image est bien $\widehat{DEF}$.

Les angles sont conservés : $\widehat{DEF} = 117^\circ$.

Exercice 8. Droite passant par O

Tout point de (d) a son symétrique sur la même droite, de l'autre côté de O .

L'image de (d) est donc (d) elle-même : les deux droites sont confondues.

Exercice 9. Périmètre et aire

L'image reste un rectangle de mêmes dimensions. Son périmètre vaut $2(7 + 3) = 20$ cm.

Son aire vaut $7 \times 3 = 21$ cm², car la symétrie conserve aussi les aires.

Exercice 10. Reconstituer le centre

Le centre est nécessairement le milieu O de $[AA']$; on construit ce milieu.

On vérifie ensuite que ce même O est aussi le milieu de $[BB']$. Sinon, les deux couples ne correspondent pas au même centre.

Quiz de vérification

Choisis une réponse par question. Le corrigé expliqué se trouve après les questions.

1. Dans une symétrie centrale de centre O , O est :

- A. Une extrémité de AA'
- B. Le milieu de AA'
- C. Sur une perpendiculaire quelconque

2. Une symétrie centrale correspond à :

- A. Un demi-tour
- B. Un quart de tour
- C. Un agrandissement

3. Si $OA = 5$ cm, alors AA' vaut :

- A. 2,5 cm
- B. 5 cm
- C. 10 cm

4. Quelle grandeur est conservée ?

- A. La position
- B. La longueur
- C. La distance à un autre centre quelconque

5. L'image du centre O est :

- A. O
- B. Toujours A
- C. Un point extérieur

6. Le cercle image a :

- A. Un rayon doublé
- B. Un rayon nul
- C. Le même rayon

7. Une droite qui passe par O a pour image :

- A. Elle-même
- B. Une droite perpendiculaire
- C. Un cercle

8. L'image d'un angle de 42° mesure :

- A. 84°
- B. 42°
- C. 138°

9. $OA = OA'$ suffit-il pour conclure ?

- A. Oui
- B. Oui si la longueur est entière
- C. Non

10. Quel objet définit une symétrie centrale ?

- A. Une droite
- B. Un point
- C. Une longueur seule

11. L'aire de la figure image est :

- A. Égale à celle de départ
- B. Deux fois plus grande
- C. Toujours nulle

12. Pour construire A' , on reporte OA :

- A. Sur une perpendiculaire en O
- B. N'importe où sur un cercle
- C. Sur (AO) , de l'autre côté de O

Réponses et explications du quiz

1. Réponse B : Le milieu de AA'

Les deux points symétriques sont alignés avec O et placés à égale distance de part et d'autre.

2. Réponse A : Un demi-tour

La rotation d'un demi-tour autour du centre place chaque point à son image.

3. Réponse C : 10 cm

Le centre est au milieu, donc $AA' = OA + OA' = 5 + 5 = 10$ cm.

4. Réponse B : La longueur

La symétrie centrale déplace la figure mais conserve les distances entre points correspondants.

5. Réponse A : O

Le centre d'un demi-tour est fixe : son image est lui-même.

6. Réponse C : Le même rayon

Les distances sont conservées, donc tous les points images restent à la même distance du centre image.

7. Réponse A : Elle-même

Les images de ses points restent alignées sur la même droite passant par le centre.

8. Réponse B : 42°

La symétrie centrale conserve la mesure des angles, donc l'angle image vaut aussi 42° .

9. Réponse C : Non

Il faut aussi que les points soient alignés et que O soit situé entre A et A' .

10. Réponse B : Un point

C'est un point, le centre, qui définit le demi-tour.

11. Réponse A : Égale à celle de départ

Une symétrie centrale conserve l'aire, tout comme les longueurs et les angles.

12. Réponse C : Sur (AO), de l'autre côté de O

L'alignement et le report de longueur placent O au milieu de AA' .

Questions fréquentes

Comment construire le symétrique d'un point par rapport à un point ?

Trace la droite qui passe par le point et le centre. Reporte la distance au centre de l'autre côté : le centre doit être le milieu du segment reliant les deux points.

Quelle différence entre symétrie centrale et axiale ?

La symétrie centrale correspond à un demi-tour autour d'un point. La symétrie axiale correspond à une réflexion par rapport à une droite, comme dans un miroir.

Quelles propriétés conserve la symétrie centrale en 1AC?

Elle conserve les longueurs, les angles, l'alignement et les aires. Une droite et sa droite image sont parallèles ou confondues.

Comment trouver un centre de symétrie?

Repère deux points qui se correspondent et construis le milieu de leur segment. Vérifie que ce même point est le milieu des autres couples correspondants de la figure.

**MATHFJIB - Mathématiques 1AC**

Suis les consignes et la progression de ton professeur.

[Retrouver le cours, les images et les activités en ligne.](#)

