COURS ILLUSTRÉ - LYCÉE - 2ÈME BAC SCIENCES MATHÉMATIQUES A - SEMESTRE 1

Fonctions exponentielles

La fonction exponentielle est la réciproque du logarithme népérien. Elle transforme une somme en produit, reste strictement positive et possède une propriété remarquable : sa dérivée est elle-même. Ce cours de fonctions exponentielles de 2 Bac SM A explique ces liens, étudie la fonction $x \mapsto e^x$, puis montre comment traiter les limites, les équations, les inéquations, les systèmes et les études de fonctions où interviennent e^x, une exponentielle de base a ou une puissance réelle. Six exercices corrigés terminent le chapitre.

Mathématiques 2ème Bac Sciences Mathématiques A BIOF - Programme marocain - Mis à jour le 18/11/2026

Objectifs du chapitre

- Passer du logarithme à l'exponentielle et utiliser ses identités
- Étudier la fonction exp et utiliser les limites de référence et la croissance comparée
- Résoudre équations, inéquations et systèmes exponentiels, et calculer des primitives de $u'e^u$
- Définir et étudier l'exponentielle de base a et les puissances réelles

Avant de commencer

- Propriétés de ln et théorème de la bijection
- Dérivation des composées et dérivée d'une réciproque
- Limites usuelles, tangentes et branches infinies

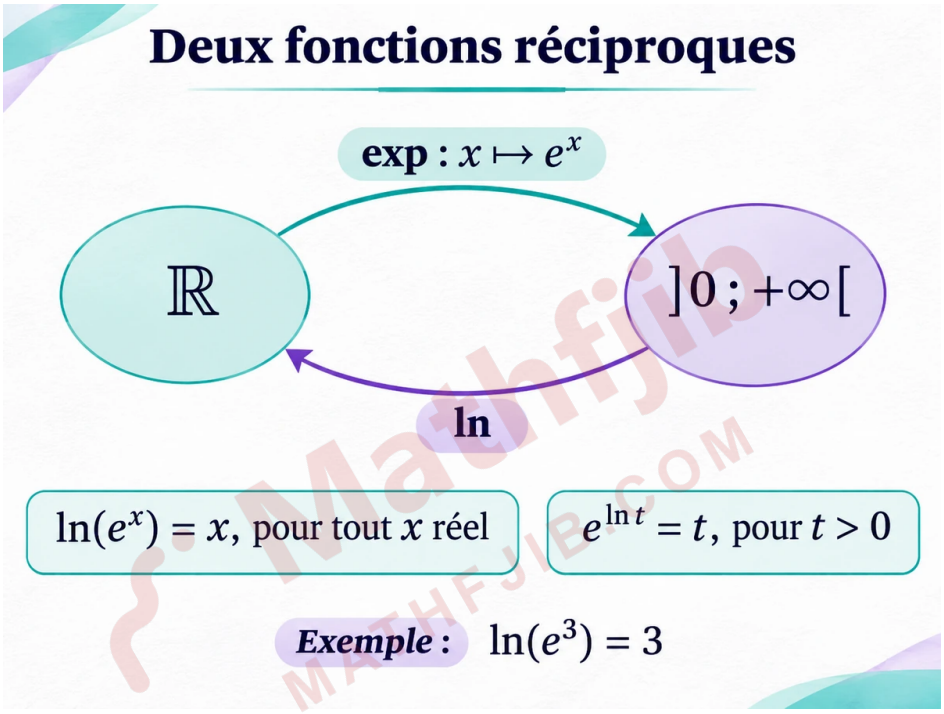
1. L'exponentielle, réciproque de ln

Fonction exponentielle

La fonction ln est continue et strictement croissante de $]0,+\infty[$ sur $\mathbb{R}$. Sa réciproque est la fonction exponentielle exp : $\mathbb{R} \to]0,+\infty[$. Pour tout réel x, on note $\exp(x) = e^x$; cette notation prolonge les puissances, puisque $\exp(r) = e^r$ pour tout rationnel r. Par définition, $y = e^x$ équivaut à $y > 0$ et $\ln y = x$.

Identités fondamentales

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$ et $\ln(e^x) = x$. Pour tout $t > 0$, $e^{\ln t} = t$. On a $e^0 = 1$ et $e^1 = e \approx 2{,}718$.



Pour $t > 0$, $e^{\ln t} = t$; pour tout réel x, $\ln(e^x) = x$. L'exponentielle et le logarithme népérien sont réciproques.

Les courbes de ln et de l'exponentielle sont symétriques par rapport à la droite $y = x$. Le domaine de l'une est l'image de l'autre. C'est pourquoi e^x est défini pour tout réel x, même négatif, tandis que $\ln x$ exige $x > 0$.

2. Calculer avec les exponentielles

Somme et différence des exposants

Pour tous réels a, b et tout rationnel r : $e^{a+b} = e^a e^b$, $e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$, $e^{-a} = \dfrac{1}{e^a}$ et $(e^a)^r = e^{ra}$.

Une simplification légitime

$\dfrac{e^{2x+1}}{e^{x-3}} = e^{x+4}$ et $(e^x)^3\, e^{-2x} = e^x$.

1. En revanche $e^{2x} + e^x = e^x\,(e^x + 1)$: on factorise, mais on n'additionne pas les exposants d'une somme.

Pour comprendre la première identité, on applique ln au produit $e^a e^b$, qui est positif : on trouve $a + b$. L'injectivité du logarithme entraîne que ce produit est bien e^{a+b}. Les règles de calcul expriment donc exactement la propriété inverse de $\ln(ab) = \ln a + \ln b$.

3. Dérivée, primitives et étude de la fonction exp

Dériver une exponentielle

La fonction exponentielle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $(e^x)' = e^x$. Si u est dérivable sur un intervalle, $(e^u)' = u'e^u$; ainsi les primitives de $u'e^u$ sont les fonctions $e^u + C$. Comme $e^u > 0$, le signe de $(e^u)'$ est celui de u'.

La formule de la dérivée d'une réciproque donne $\exp'(x) = \dfrac{1}{\ln'(e^x)} = e^x$. La dérivée et la dérivée seconde étant strictement positives, l'exponentielle est strictement croissante et convexe sur $\mathbb{R}$: $e^x < 1$ pour $x < 0$ et $e^x > 1$ pour

$x > 0$. Sa courbe admet l'asymptote horizontale $y = 0$ en $-\infty$ et une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées en $+\infty$.

Ne pas oublier la dérivée intérieure

Pour $f(x) = e^{-x^2}$, la fonction intérieure est $u(x) = -x^2$ et $f'(x) = -2xe^{-x^2}$.

1. La fonction croît pour $x < 0$, décroît pour $x > 0$ et atteint son maximum global 1 en 0. Le facteur exponentiel ne change jamais de signe.

Reconnaître une primitive de $u'e^u$

Une primitive de $x \mapsto e^{3x}$ est $x \mapsto \dfrac{1}{3}e^{3x}$.

1. Une primitive de $x \mapsto xe^{x^2}$ est $x \mapsto \dfrac{1}{2}e^{x^2}$, car $\left(e^{x^2}\right)' = 2xe^{x^2}$: on ajuste le coefficient $\dfrac{1}{2}$.

Remarque

L'exponentielle est aussi l'unique fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f' = f$ et $f(0) = 1$. Elle est également l'unique fonction dérivable non nulle vérifiant $f(x+y) = f(x)f(y)$ pour tous réels x, y, avec $f'(0) = 1$. Ces caractérisations relient ce chapitre aux équations différentielles.

4. Limites et croissance comparée

Expression	Limite
e^x quand $x \to +\infty$	$+\infty$
e^x quand $x \to -\infty$	0
$\dfrac{e^x - 1}{x}$ quand $x \to 0$	1
$\dfrac{e^x}{x^n}$ quand $x \to +\infty$, $n \in \mathbb{N}^*$	$+\infty$
$x^n e^x$ quand $x \to -\infty$, $n \in \mathbb{N}^*$	0

Ces limites sont les limites exponentielles de référence.

Pour prouver $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$, on applique l'inégalité $e^t \geq 1 + t$, démontrée plus bas, à $t = \dfrac{x}{2}$: pour $x > 0$, $e^{\frac{x}{2}} > \dfrac{x}{2}$, donc $e^x > \dfrac{x^2}{4}$ et $\dfrac{e^x}{x} > \dfrac{x}{4}$. Le cas de x^n s'en déduit en écrivant $\dfrac{e^x}{x^n} = \left(\dfrac{e^{\frac{x}{n}}}{\frac{x}{n}}\right)^n \times \dfrac{1}{n^n}$. La limite en 0 est le taux d'accroissement de l'exponentielle en 0.

Une limite au voisinage de zéro

$\dfrac{e^{3x} - 1}{x} = 3 \times \dfrac{e^{3x} - 1}{3x} \to 3$ quand $x \to 0$.

1. Le changement $h = 3x$ permet d'utiliser la limite de référence.

Réécrire une forme indéterminée

Quand $x \to +\infty$, $x^2 e^{-x} = \dfrac{x^2}{e^x} \to 0$.

1. Quand $x \to -\infty$, la même expression tend vers $+\infty$, car $x^2 \to +\infty$ et $e^{-x} \to +\infty$. Une même formule peut donc avoir des comportements opposés aux deux infinis.

Retrouver le nombre e comme limite

Pour $x > 0$, $\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}$. Avec $t = \dfrac{1}{x} \to 0$, l'exposant vaut $\dfrac{\ln(1+t)}{t} \to 1$.

1. Par continuité de l'exponentielle, $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e$.

5. Résoudre équations, inéquations et systèmes

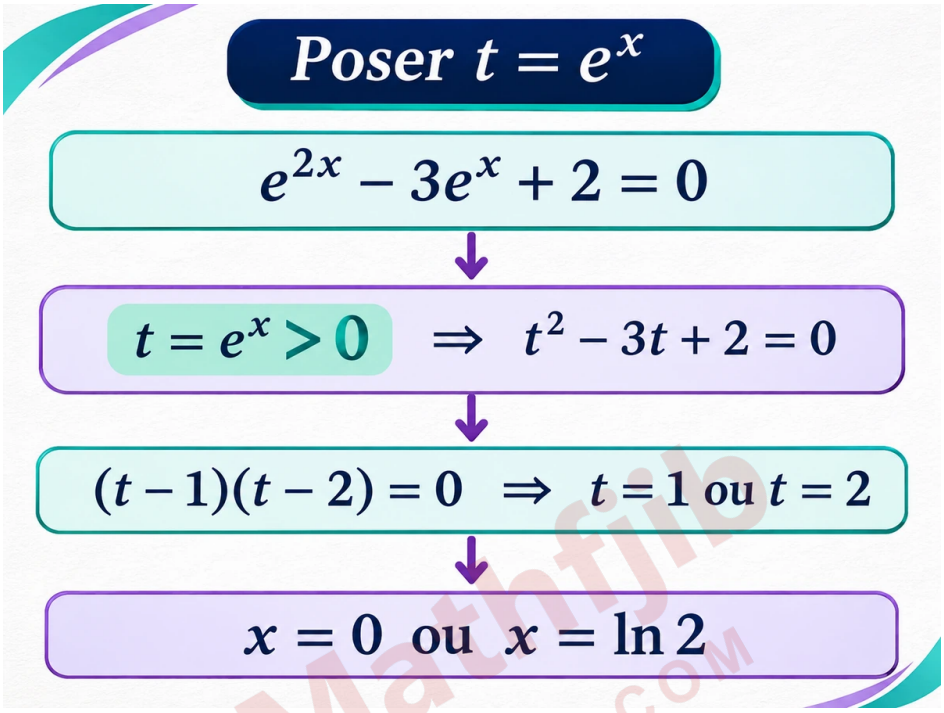
Injectivité et ordre

Pour tous réels u, v, $e^u = e^v \iff u = v$ et $e^u \leq e^v \iff u \leq v$. L'équation $e^{u(x)} = a$ n'a pas de solution si $a \leq 0$; si $a > 0$, elle équivaut à $u(x) = \ln a$.

Une équation polynomiale en e^x

Pour résoudre $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$, on pose $t = e^x > 0$. L'équation devient $(t-1)(t-2) = 0$.

1. Les deux racines sont positives : $e^x = 1$ ou $e^x = 2$. On trouve $x = 0$ ou $x = \ln 2$. Une racine négative en t aurait été éliminée.



L'équation $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ devient $t^2 - 3t + 2 = 0$ avec $t = e^x > 0$; ses solutions sont $x = 0$ et $x = \ln 2$.

Pour l'inéquation $e^{2x-1} > 4$, on applique la croissance du logarithme aux deux membres positifs : $2x - 1 > \ln 4$, soit $x > \dfrac{1+\ln 4}{2}$. Pour un système mêlant $\ln x$ et e^x, on commence toujours par le domaine du logarithme.

Un système exponentiel

Résolvons $\begin{cases} e^x + e^y = 5 \\ e^{x+y} = 6 \end{cases}$. Avec $X = e^x > 0$ et $Y = e^y > 0$, le système devient $X + Y = 5$ et $XY = 6$.

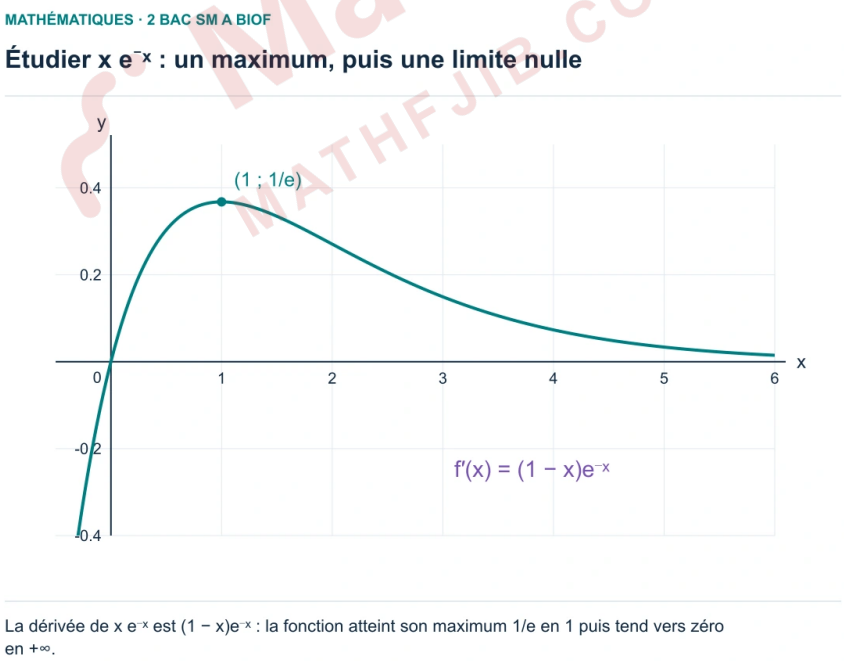
1. X et Y sont les racines de $t^2 - 5t + 6 = 0$, soit 2 et 3. Les solutions sont $(\ln 2, \ln 3)$ et $(\ln 3, \ln 2)$.

6. Étudier une fonction : le cas de $f(x) = \dfrac{x}{e^x}$

Un maximum et deux comportements à l'infini

Soit $f(x) = xe^{-x}$ sur $\mathbb{R}$. Par produit, $f'(x) = (1-x)e^{-x}$.

1. Puisque $e^{-x} > 0$, f est croissante sur $]-\infty, 1]$ et décroissante sur $[1, +\infty[$. Son maximum vaut $\dfrac{1}{e}$.
2. En $+\infty$, $f(x) = \dfrac{x}{e^x} \to 0$; en $-\infty$, $f(x) \to -\infty$ et $\dfrac{f(x)}{x} = e^{-x} \to +\infty$: branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. Son zéro est 0, sa tangente en 0 est $y = x$, et $f''(x) = (x-2)e^{-x}$: le point d'abscisse 2 est un point d'inflexion.



La dérivée de x e⁻ˣ est (1 − x)e⁻ˣ : la fonction atteint son maximum 1/e en 1 puis tend vers zéro en +∞.

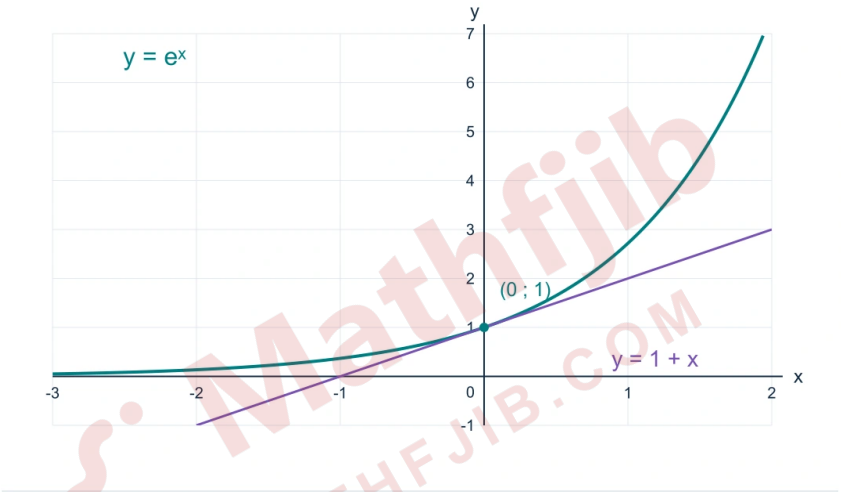
Pour $f(x) = xe^{-x}$, la dérivée est $f'(x) = (1-x)e^{-x}$: la fonction atteint son maximum $\dfrac{1}{e}$ en 1 puis tend vers 0 en $+\infty$.

7. Une inégalité fondamentale : $e^x \geq 1 + x$

Posons $g(x) = e^x - 1 - x$. On a $g'(x) = e^x - 1$, négatif pour $x < 0$ et positif pour $x > 0$. La fonction g atteint donc son minimum en 0, où $g(0) = 0$. Ainsi $e^x \geq 1 + x$ pour tout réel x, avec égalité seulement pour $x = 0$. Géométriquement, la courbe de l'exponentielle reste au-dessus de sa tangente en 0, conformément à sa convexité. En remplaçant x par $-x$, on obtient aussi $e^{-x} \geq 1 - x$. Ces inégalités servent à majorer ou minorer des expressions dans les suites et les intégrales.

MATHÉMATIQUES · 2 BAC SM A BIOF

Exponentielle : positive et au-dessus de sa tangente



Pour tout réel x, eˣ ≥ 1 + x ; la tangente à l'exponentielle au point d'abscisse 0 a pour équation y = 1 + x.

Pour tout réel x, $e^x \geq 1 + x$; la tangente à la courbe de l'exponentielle au point d'abscisse 0 a pour équation $y = 1 + x$.

8. Exponentielle de base a et puissances réelles

Exponentielle de base a

Pour $a > 0$ et $x \in \mathbb{R}$, on définit $a^x = e^{x \ln a}$. La fonction $x \mapsto a^x$ est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $(a^x)' = (\ln a)\, a^x$. Si $a > 1$, elle est strictement croissante ; si $0 < a < 1$, strictement décroissante ; si $a = 1$, constante égale à 1. Pour $a \neq 1$, c'est la réciproque de $\log_a$.

Règles de calcul et limites

Pour $a > 0$, $b > 0$ et x, y réels : $a^{x+y} = a^x a^y$, $a^{-x} = \dfrac{1}{a^x}$, $(a^x)^y = a^{xy}$ et $(ab)^x = a^x b^x$. Si $a > 1$, $a^x \to +\infty$ en $+\infty$ et $a^x \to 0$ en $-\infty$; si $0 < a < 1$, c'est l'inverse. L'équation $a^x = b$, avec $a \neq 1$ et $b > 0$, a pour unique solution $x = \dfrac{\ln b}{\ln a}$.

Une décroissance exponentielle

La fonction $f(x) = 2^{-x} = e^{-x \ln 2}$ a pour dérivée $-(\ln 2) 2^{-x} < 0$. Chaque augmentation de 1 de la variable divise sa valeur par 2.

1. Pour résoudre $2^{-x} = \dfrac{1}{10}$, on écrit $-x \ln 2 = -\ln 10$, soit $x = \dfrac{\ln 10}{\ln 2}$.

De même, pour $x > 0$ et α réel, on pose $x^\alpha = e^{\alpha \ln x}$: la fonction $x \mapsto x^\alpha$ est dérivable sur $]0, +\infty[$ avec $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha - 1}$, comme pour les exposants rationnels. Pour $\alpha > 0$, $x^\alpha \to +\infty$ en $+\infty$ et $x^\alpha \to 0$ en 0^+. Par exemple $x^{\sqrt{2}}$ a pour dérivée $\sqrt{2}\, x^{\sqrt{2}-1}$.

Attention

La définition $a^x = e^{x \ln a}$ demande $a > 0$. Une base négative ne définit pas une fonction réelle sur tout $\mathbb{R}$. Pour une expression comme $u(x)^{v(x)}$, on l'écrit $e^{v(x) \ln u(x)}$ et l'on impose $u(x) > 0$.

Méthode : Préparer une étude avec exponentielle

1. Factoriser l'exponentielle quand cela permet d'isoler un facteur de signe connu.
2. Étudier chaque infini en suivant l'exposant avant de choisir une croissance comparée.
3. Pour une équation en plusieurs puissances de e^x, poser $t = e^x$ et garder $t > 0$.
4. Présenter un tableau où les limites, les valeurs remarquables et les signes concordent.

Je retiens

- $e^x > 0$ et $\left(e^x\right)' = e^x$ pour tout réel x ; $\left(e^u\right)' = u'e^u$.
- $e^{a+b} = e^a e^b$, $\ln\left(e^x\right) = x$ et $e^{\ln t} = t$ pour $t > 0$.
- $\dfrac{e^x}{x^n} \to +\infty$ en $+\infty$, $x^n e^x \to 0$ en $-\infty$ et $\dfrac{e^x - 1}{x} \to 1$ en 0.
- $e^x \geq 1 + x$ pour tout réel x : la courbe est au-dessus de sa tangente en 0.
- Pour une équation en e^x, on pose $t = e^x$ en gardant $t > 0$.
- Pour $a > 0$, $a^x = e^{x \ln a}$ et $\left(a^x\right)' = (\ln a)\, a^x$.

Mathfjib MATHFJIB.COM

Exercices - À chercher avant la correction

Cherchez chaque exercice sur votre cahier avant de lire sa correction. Justifiez chaque étape et citez le théorème utilisé, avec ses hypothèses.

Exercice 1. Simplifier et résoudre

Facile

1. Simplifier $A = e^{2\ln 3} - e^{-\ln 2}$ et $B = \dfrac{\left(e^{x+1}\right)^2}{e^{2x-1}}$.
2. Résoudre $e^{2x+1} = e^{x-3}$.
3. Résoudre $e^{-x} \leq 2$ et $e^{x^2} < e^4$.

Exercice 2. Dérivées et primitives

Facile

1. Calculer la dérivée de $f(x) = (x^2+1)\,e^{-x}$ et en déduire son sens de variation sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer la dérivée de $g(x) = \ln\left(e^x + 1\right)$.
3. Donner une primitive sur $\mathbb{R}$ de $h(x) = \dfrac{e^x}{e^x+1}$ et de $k(x) = xe^{x^2}$.

Exercice 3. Équations et système exponentiels

Intermédiaire

1. Résoudre $e^{2x} - e^x - 6 = 0$.
2. Résoudre $e^x - 4e^{-x} = 3$.
3. Résoudre le système $\begin{cases} e^x - e^y = 2 \\ e^{x+y} = 3 \end{cases}$.

Exercice 4. Limites exponentielles

Intermédiaire

Calculer les limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} (e^x - x^2)$
2. $\lim\limits_{x\to-\infty} (x+1)e^x$
3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{2x}-1}{\sin x}$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x$

Exercice 5. Une fonction impaire et sa réciproque

Approfondissement

Soit $f(x) = \dfrac{e^x - 1}{e^x + 1}$ sur $\mathbb{R}$ et C sa courbe.

1. Montrer que f est impaire.

2. Calculer les limites de f en $\pm\infty$ et interpréter graphiquement.
3. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations ; donner la tangente en 0.
4. Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $]-1,1[$ et déterminer $f^{-1}(x)$.

Exercice 6. Encadrer et approcher le nombre e

Approfondissement

On admet que $e^t \geq 1+t$ pour tout réel t. Pour $n \geq 1$, on pose $u_n = \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n$.

1. En appliquant l'inégalité à $t = \dfrac{1}{n}$, montrer que $u_n \leq e$.
2. En l'appliquant à $t = -\dfrac{1}{n+1}$, montrer que $e \leq \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$.
3. En déduire que $\dfrac{n}{n+1}e \leq u_n \leq e$, puis la limite de (u_n).

Mathfjib MATHFJIB.COM
Mathfjib MATHFJIB.COM

Corrections expliquées des exercices

Exercice 1. Simplifier et résoudre

1. $e^{2\ln 3} = \left(e^{\ln 3}\right)^2 = 9$ et $e^{-\ln 2} = \dfrac{1}{2}$, donc $A = \dfrac{17}{2}$. Puis $B = e^{2x+2-(2x-1)} = e^3$.

2. L'équation équivaut à $2x+1 = x-3$, soit $x = -4$.

3. $e^{-x} \leq 2 \iff -x \leq \ln 2 \iff x \geq -\ln 2$. Puis $e^{x^2} < e^4 \iff x^2 < 4 \iff -2 < x < 2$.

Exercice 2. Dérivées et primitives

1. $f'(x) = 2xe^{-x} - (x^2+1)\,e^{-x} = -(x^2-2x+1)\,e^{-x} = -(x-1)^2 e^{-x}$. Cette dérivée est négative et ne s'annule qu'en 1 : f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

2. Avec $u(x) = e^x + 1 > 0$: $g'(x) = \dfrac{e^x}{e^x+1}$.

3. D'après la question 2, g est une primitive de h. Pour k, $\left(e^{x^2}\right)' = 2xe^{x^2}$, donc $x \mapsto \dfrac{1}{2}e^{x^2}$ est une primitive de k.

Exercice 3. Équations et système exponentiels

1. Avec $t = e^x > 0$: $t^2 - t - 6 = (t-3)(t+2) = 0$. La racine -2 est éliminée, donc $e^x = 3$ et $x = \ln 3$.

2. En multipliant par $e^x > 0$: $e^{2x} - 3e^x - 4 = 0$, soit $(t-4)(t+1) = 0$ avec $t = e^x$. On garde $t = 4$, donc $x = \ln 4 = 2\ln 2$.

3. Avec $X = e^x > 0$ et $Y = e^y > 0$: $X - Y = 2$ et $XY = 3$. Alors $X(X-2) = 3$, soit $X^2 - 2X - 3 = 0$, d'où $X = 3$ puisque $X > 0$, puis $Y = 1$. La solution est le couple $(\ln 3\,;0)$.

Exercice 4. Limites exponentielles

1. $e^x - x^2 = x^2\left(\dfrac{e^x}{x^2} - 1\right)$ et $\dfrac{e^x}{x^2} \to +\infty$: la limite vaut $+\infty$.

2. $(x+1)e^x = xe^x + e^x$; en $-\infty$, $xe^x \to 0$ et $e^x \to 0$: la limite vaut 0.

3. $\dfrac{e^{2x}-1}{\sin x} = 2 \times \dfrac{e^{2x}-1}{2x} \times \dfrac{x}{\sin x} \to 2$.

4. $\left(1+\dfrac{2}{x}\right)^x = e^{x\ln\left(1+\frac{2}{x}\right)}$. Avec $t = \dfrac{2}{x} \to 0$, l'exposant vaut $2 \times \dfrac{\ln(1+t)}{t} \to 2$: la limite vaut e^2.

Exercice 5. Une fonction impaire et sa réciproque

1. $f(-x) = \dfrac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1} = \dfrac{1-e^x}{1+e^x} = -f(x)$, en multipliant numérateur et dénominateur par e^x. La courbe est symétrique par rapport à O.

2. En $+\infty$, $f(x) = \dfrac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}} \to 1$; par imparité, $f(x) \to -1$ en $-\infty$. Les droites $y = 1$ et $y = -1$ sont asymptotes horizontales.

3. $f'(x) = \dfrac{e^x\,(e^x+1) - (e^x-1)\,e^x}{(e^x+1)^2} = \dfrac{2e^x}{(e^x+1)^2} > 0$: f est strictement croissante de -1 à 1. Comme $f(0) = 0$ et $f'(0) = \dfrac{1}{2}$, la tangente en 0 est $y = \dfrac{x}{2}$.

4. f est continue et strictement croissante, donc bijective de $\mathbb{R}$ sur $]-1,1[$. Pour $y \in]-1,1[$: $y\,(e^x+1) = e^x - 1 \iff e^x(1-y) = 1+y \iff e^x = \dfrac{1+y}{1-y}$, avec $\dfrac{1+y}{1-y} > 0$. Donc $f^{-1}(x) = \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ pour $x \in]-1,1[$.

Exercice 6. Encadrer et approcher le nombre e

1. $e^{\frac{1}{n}} \geq 1 + \dfrac{1}{n} > 0$; en élevant à la puissance n, la fonction $t \mapsto t^n$ étant croissante sur $[0,+\infty[$: $e \geq \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n = u_n$.

2. $e^{-\frac{1}{n+1}} \geq 1-\dfrac{1}{n+1} = \dfrac{n}{n+1} > 0$, donc $e^{\frac{1}{n+1}} \leq \dfrac{n+1}{n} = 1+\dfrac{1}{n}$. En élevant à la puissance $n+1$: $e \leq \left(1+\dfrac{1}{n}\right)^{n+1}$.

3. La question 2 s'écrit $e \leq u_n\left(1+\dfrac{1}{n}\right)$, soit $u_n \geq \dfrac{n}{n+1}e$. Avec la question 1 : $\dfrac{n}{n+1}e \leq u_n \leq e$. La borne de gauche tend vers e : par encadrement, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = e$. Pour $n = 100$, on obtient déjà $2{,}69 \leq u_{100} \leq e$.

Questions fréquentes

L'exponentielle peut-elle être nulle ou négative ?

Non. Sa valeur est strictement positive pour tout réel. Sa limite en moins l'infini est zéro, mais cette valeur n'est jamais atteinte.

Comment calculer une limite avec un polynôme et une exponentielle ?

Identifier d'abord la limite de l'exposant, puis réécrire l'expression comme un produit ou un quotient où apparaissent $\dfrac{e^x}{x^n}$ ou $x^n e^x$, pour utiliser la croissance comparée.

Comment résoudre une équation avec e^x ?

Si l'équation s'écrit $e^u = e^v$, elle équivaut à $u = v$; si elle s'écrit $e^u = a$ avec $a > 0$, elle équivaut à $u = \ln a$. Pour une équation en e^{2x} et e^x, poser $t = e^x > 0$.

Quelle est la dérivée de a^x ?

Pour $a > 0$, $a^x = e^{x\ln a}$, donc sa dérivée vaut $(\ln a)\, a^x$. Le facteur $\ln a$ disparaît seulement pour $a = e$.

Pourquoi la limite de $\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$ vaut-elle e ?

On écrit $\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x = e^{x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)}$. L'exposant tend vers 1 grâce à la limite de $\dfrac{\ln(1+t)}{t}$ en 0, et la continuité de l'exponentielle donne $e^1 = e$.

MATHFJIB - Mathématiques 2 Bac SM A
Suivez les consignes et la progression de votre professeur.
Retrouver le cours, ses illustrations et les exercices corrigés en ligne.