COURS ILLUSTRÉ - LYCÉE - 2ÈME BAC SCIENCES MATHÉMATIQUES A - SEMESTRE 1

Fonctions logarithmiques

Le logarithme népérien transforme un produit en somme et permet de retrouver un exposant. La fonction ln est définie seulement pour les réels strictement positifs ; cette restriction commande tous les calculs. Dans ce cours de fonctions logarithmiques de 2 Bac SM A, on part de sa définition comme primitive de $x \mapsto \dfrac{1}{x}$, puis on relie propriétés algébriques, étude de la fonction, limites, dérivées, équations, inéquations et systèmes. Le logarithme de base a et le logarithme décimal terminent le chapitre, suivi de six exercices corrigés.

Mathématiques 2ème Bac Sciences Mathématiques A BIOF - Programme marocain - Mis à jour le 18/11/2026

Objectifs du chapitre

- Déterminer le domaine d'une expression logarithmique et calculer avec ln
- Étudier la fonction ln et utiliser ses limites de référence et la croissance comparée
- Dériver $\ln u$ et reconnaître une primitive de la forme $\dfrac{u'}{u}$
- Résoudre équations, inéquations et systèmes, et utiliser le logarithme de base a

Avant de commencer

- Primitives usuelles, continuité, dérivation et théorème de la bijection
- Tableaux de signes et équations du second degré
- Limites, branches infinies et accroissements finis

1. Définir le logarithme népérien

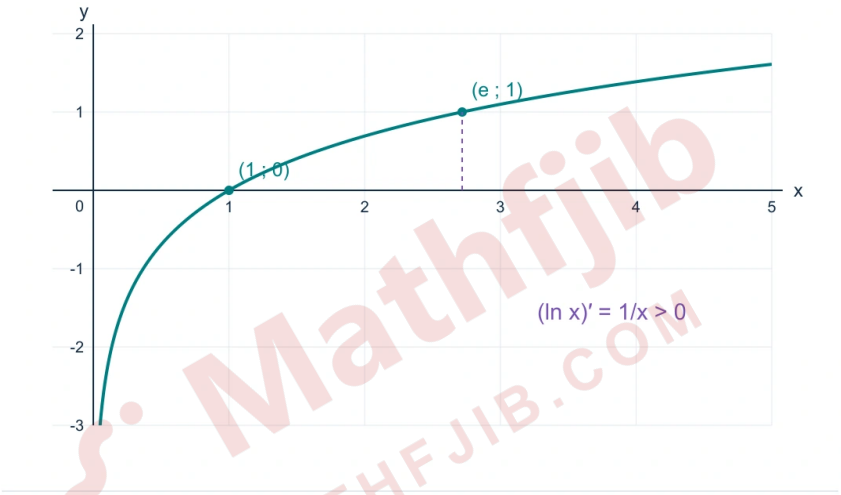
Fonction logarithme népérien

La fonction ln est l'unique primitive de $x \mapsto \dfrac{1}{x}$ sur $]0, +\infty[$ qui s'annule en 1. Elle vérifie donc $\ln 1 = 0$ et $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ pour tout $x > 0$. Elle est continue et strictement croissante sur $]0, +\infty[$.

Ce point de départ donne déjà le signe : $\ln x < 0$ pour $0 < x < 1$, $\ln 1 = 0$ et $\ln x > 0$ pour $x > 1$. La stricte croissance donne aussi, pour $a > 0$ et $b > 0$, $\ln a = \ln b \iff a = b$ et $\ln a < \ln b \iff a < b$. Le nombre e est l'unique réel tel que $\ln e = 1$; il vaut environ $2{,}718$. Avec le calcul intégral, on écrira $\ln x = \displaystyle\int_1^x \frac{dt}{t}$.

MATHÉMATIQUES · 2 BAC SM A BIOF

Logarithme népérien : domaine, signe et croissance



La fonction ln est définie pour x > 0, croissante, négative avant 1 et positive après 1 ; elle vérifie ln(e) = 1.

La fonction ln est définie pour $x > 0$, croissante, négative avant 1 et positive après 1 ; elle vérifie $\ln e = 1$.

2. Propriétés algébriques : les conditions font partie des formules

Transformer produit, quotient et puissance

Pour $a > 0$, $b > 0$ et $r \in \mathbb{Q}$: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$, $\ln \dfrac{a}{b} = \ln a - \ln b$, $\ln \dfrac{1}{a} = -\ln a$, $\ln(a^r) = r \ln a$ et en particulier $\ln \sqrt{a} = \dfrac{1}{2} \ln a$. La formule des puissances s'étend aux exposants réels avec l'exponentielle.

Simplifier en gardant le sens

$\ln 12 - \ln 3 = \ln \dfrac{12}{3} = \ln 4 = 2 \ln 2$. En revanche $\ln(12 - 3) = \ln 9 = 2 \ln 3$: le logarithme d'une différence n'est pas la différence des logarithmes.

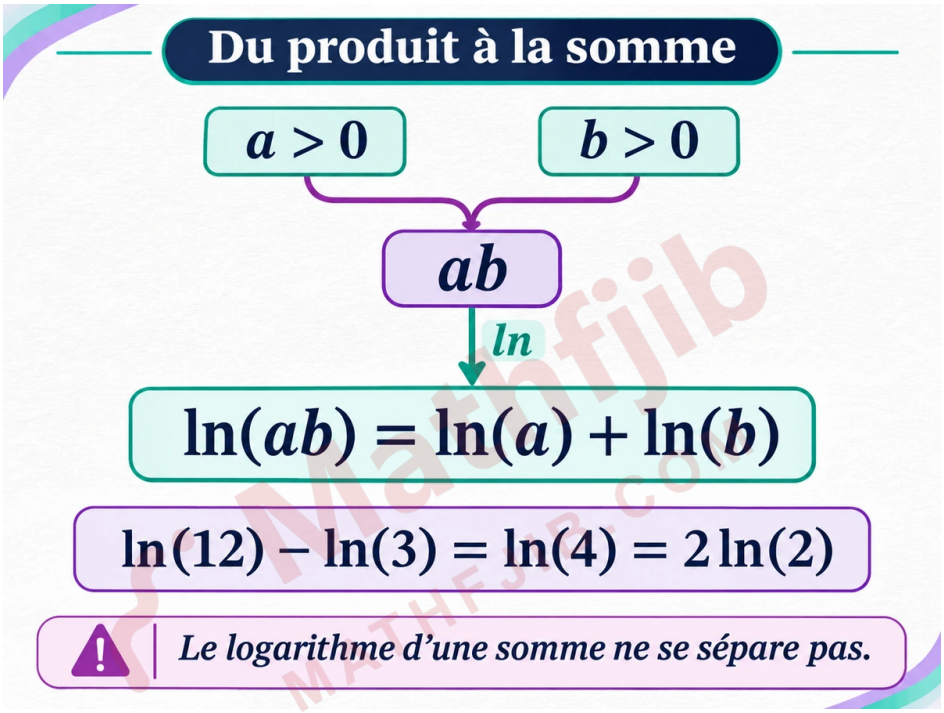
1. De même, $\ln(e^3 \sqrt{e}) = 3 + \dfrac{1}{2} = \dfrac{7}{2}$, car $\ln e = 1$.

Attention

On ne peut pas écrire $\ln(x^2 - 1) = \ln(x - 1) + \ln(x + 1)$ sur tout le domaine de gauche. L'expression de gauche est définie pour $x < -1$ ou $x > 1$, mais celle de droite exige $x > 1$. Sur $]-\infty, -1[$, l'écriture valable est $\ln|x - 1| + \ln|x + 1|$.

2.1 Une preuve utile de la formule du produit

Pour $a > 0$ fixé, la fonction $g(x) = \ln(ax) - \ln x$ a pour dérivée $\dfrac{a}{ax} - \dfrac{1}{x} = 0$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$. Elle est donc constante, et sa valeur en 1 est $\ln a$. On obtient $\ln(ax) = \ln a + \ln x$. La dérivation explique ici une propriété algébrique au lieu d'en faire une règle isolée.



Pour $a > 0$ et $b > 0$, $\ln(ab) = \ln a + \ln b$; cette règle ne s'applique pas à $\ln(a + b)$.

3. Trouver le domaine avant de résoudre

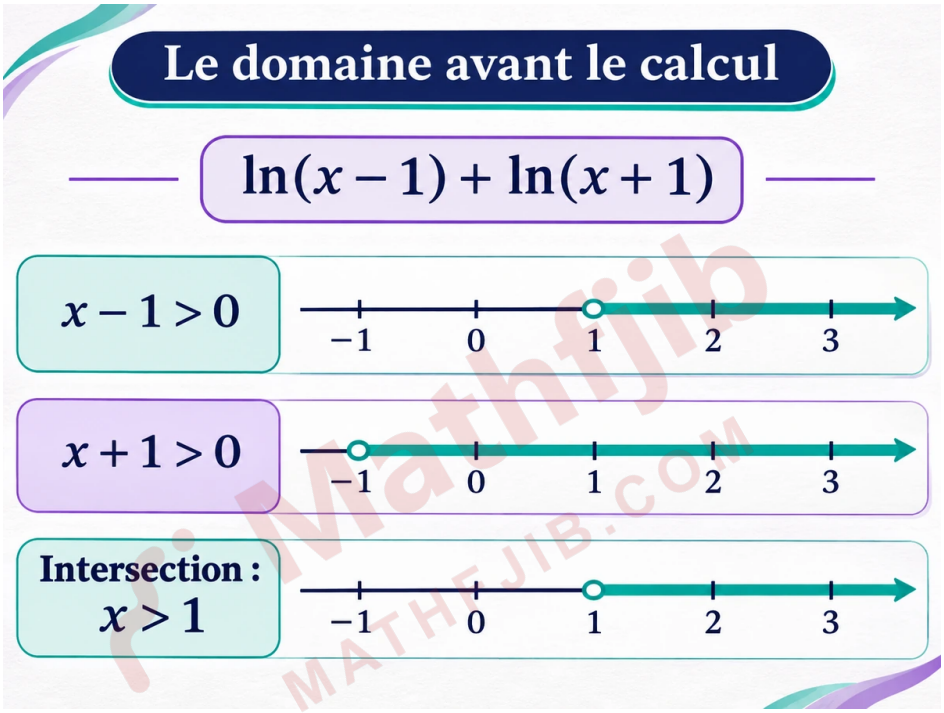
Méthode : Domaine d'une expression avec ln

1. Imposer strictement $u(x) > 0$ pour chaque terme ln $\big(u(x)\big)$.
2. Ajouter les autres contraintes : dénominateur non nul, racine définie, puis prendre l'intersection des conditions.
3. Écrire le domaine final avant toute transformation algébrique.

Un quotient logarithmique

Pour $f(x) = \dfrac{\ln(x-1)}{x-2}$, il faut $x - 1 > 0$ et $x \neq 2$. Ainsi $D_f =]1, 2[\cup]2, +\infty[$.

1. Le zéro du numérateur en 2 ne rend pas le quotient défini en 2. Une limite en 2 permettrait seulement de construire un prolongement.



L'expression $\ln(x-1)+\ln(x+1)$ impose $x>1$; la solution négative de l'équation algébrique associée est alors exclue.

4. Étude de la fonction logarithme népérien

Sur $]0,+\infty[$, $\ln'(x)=\dfrac{1}{x}>0$ et $\ln''(x)=-\dfrac{1}{x^2}<0$: la fonction est strictement croissante et concave. Sa courbe est donc au-dessous de chacune de ses tangentes ; la tangente au point d'abscisse 1 a pour équation $y=x-1$. Comme $\ln\left(2^n\right)=n\ln 2$ prend des valeurs aussi grandes qu'on veut, $\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x=+\infty$, et en posant $X=\dfrac{1}{x}$ on obtient $\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x=-\infty$. La droite d'équation $x=0$ est asymptote verticale, et la courbe admet en $+\infty$ une branche parabolique de direction l'axe des abscisses.

Une inégalité fondamentale

Pour tout $x>0$, $\ln x\leq x-1$, avec égalité seulement pour $x=1$. On le prouve en étudiant $g(x)=x-1-\ln x$: $g'(x)=\dfrac{x-1}{x}$ est négative sur $]0,1[$ et positive sur $]1,+\infty[$, donc g admet le minimum $g(1)=0$.

5. Limites de ln et croissance comparée

Limite	Résultat
$\lim\limits_{x\to 0^+}\ln x$	$-\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\ln x$	$+\infty$
$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x^n}$ avec $n\in\mathbb{N}^*$	0
$\lim\limits_{x\to 0^+}x\ln x$ et $\lim\limits_{x\to 0^+}x^n\ln x$ avec $n\in\mathbb{N}^*$	0
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+x)}{x}$	1
$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\ln x}{x-1}$	1

Ces limites sont les limites logarithmiques de référence.

Le logarithme croît sans borne, mais moins vite que toute puissance de x. Pour le prouver, on applique l'inégalité $\ln t \leq t-1 < t$ à $t = \sqrt{x}$: $\ln x = 2\ln\sqrt{x} < 2\sqrt{x}$, donc $0 < \dfrac{\ln x}{x} < \dfrac{2}{\sqrt{x}}$ pour $x > 1$, et le théorème des gendarmes donne la limite 0. Les deux dernières lignes du tableau sont des taux d'accroissement : celui de ln en 1, puisque $\ln 1 = 0$ et $\ln'(1) = 1$.

Composer une limite usuelle

Quand $x \to 0$, $\dfrac{\ln(1+3x)}{x} = 3 \times \dfrac{\ln(1+3x)}{3x} \to 3$.

1. On vérifie d'abord que $1+3x > 0$ pour x suffisamment proche de 0.

Une limite avec changement de variable

Pour $x \to 0^+$, posons $t = \dfrac{1}{x}$, de sorte que $t \to +\infty$.

1. Alors $x\ln x = -\dfrac{\ln t}{t} \to 0$. Ce changement de variable ramène une limite en 0 à une croissance comparée à l'infini.

Factoriser par le terme dominant

Quand $x \to +\infty$, $x - \ln x$ est une forme $\infty - \infty$. On écrit $x - \ln x = x\left(1 - \dfrac{\ln x}{x}\right)$.

1. Le second facteur tend vers 1, donc $\lim\limits_{x\to+\infty}(x - \ln x) = +\infty$.

6. Dériver $\ln u$ et reconnaître une primitive

Dérivée logarithmique

Si u est dérivable et strictement positive sur un intervalle I, $\big(\ln u\big)' = \dfrac{u'}{u}$ sur I. Si u ne s'annule pas sur I, on a $\big(\ln|u|\big)' = \dfrac{u'}{u}$: les primitives de $\dfrac{u'}{u}$ sur I sont les fonctions $\ln|u| + C$. Le quotient $\dfrac{u'}{u}$ s'appelle la dérivée logarithmique de u.

Dériver un logarithme de polynôme

La fonction $f(x) = \ln(x^2+1)$ est définie sur $\mathbb{R}$, car $x^2+1 > 0$. Sa dérivée vaut $\dfrac{2x}{x^2+1}$.

1. En sens inverse, $\ln(x^2+1)$ est une primitive de $\dfrac{2x}{x^2+1}$. Le facteur $2x$ au numérateur est ce qui permet de reconnaître exactement $\dfrac{u'}{u}$.

Une primitive de la tangente

Sur $\left]-\dfrac{\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$, $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x} = -\dfrac{(\cos x)'}{\cos x}$ avec $\cos x > 0$.

1. Une primitive de la tangente y est donc $x \mapsto -\ln(\cos x)$.

Mathfjib MATHFJIB.COM

7. Équations, inéquations et systèmes logarithmiques

Utiliser la stricte croissance

Sur un domaine où $u > 0$ et $v > 0$, $\ln u = \ln v$ équivaut à $u = v$, et $\ln u \leq \ln v$ équivaut à $u \leq v$. L'équation $\ln u = k$ équivaut à $u = e^k$. Les contraintes de positivité restent nécessaires à la fin du calcul.

Deux candidats, une seule solution admissible

L'équation $\ln(x-1) + \ln(x+1) = \ln 8$ exige $x > 1$. Sur ce domaine, elle équivaut à $x^2 - 1 = 8$.

1. Les candidats algébriques sont $x = 3$ et $x = -3$. Seul 3 appartient au domaine : l'ensemble des solutions est $\{3\}$.

Poser $t = \ln x$

Pour $(\ln x)^2 - 3\ln x + 2 = 0$, avec $x > 0$, on pose $t = \ln x$: l'équation devient $t^2 - 3t + 2 = 0$, de racines 1 et 2.

1. Ainsi $\ln x = 1$ ou $\ln x = 2$, soit $x = e$ ou $x = e^2$. Pour une inéquation comme $\ln(x-1) \leq 0$, on impose $x > 1$, puis $x - 1 \leq 1$: la réponse est $]1, 2]$.

Un système avec logarithmes

Résolvons $\begin{cases} x + y = 7 \\ \ln x + \ln y = \ln 12 \end{cases}$. Il faut $x > 0$ et $y > 0$, et la seconde équation équivaut alors à $xy = 12$.

1. x et y sont les racines de $t^2 - 7t + 12 = 0$, soit 3 et 4. Les solutions sont les couples $(3, 4)$ et $(4, 3)$, qui vérifient bien les conditions.

8. Étude guidée de $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

Relier signe, variations et limites

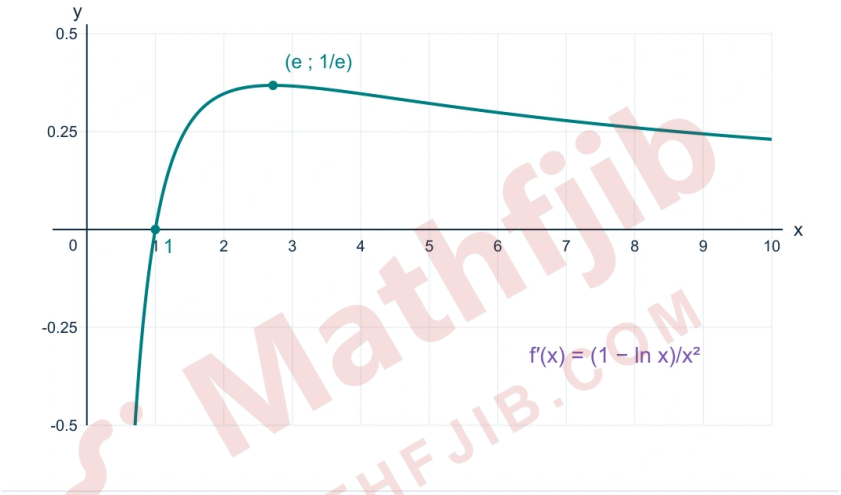
Pour $f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$, le domaine est $]0, +\infty[$ et $f'(x) = \dfrac{1 - \ln x}{x^2}$.

1. La dérivée est positive sur $]0, e[$, nulle en e et négative sur $]e, +\infty[$: f admet le maximum global $f(e) = \dfrac{1}{e}$.
2. En 0^+, $f(x) \to -\infty$; en $+\infty$, $f(x) \to 0$. La courbe coupe l'axe des abscisses en 1 et admet l'asymptote horizontale $y = 0$ en $+\infty$. Comme $f(x) \leq \dfrac{1}{e}$, on obtient $\ln x \leq \dfrac{x}{e}$ pour tout $x > 0$.

Mathfjib MATHFJIB.COM

MATHÉMATIQUES · 2 BAC SM A BIOF

Étude de ln(x)/x : le maximum est atteint en e



Pour f(x) = ln(x)/x, le signe de f' est celui de 1 − ln(x) : le maximum vaut 1/e et la limite en +∞ est zéro.

Pour $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$, le signe de $f'(x)$ est celui de $1-\ln x$: le maximum vaut $\dfrac{1}{e}$ et la limite en $+\infty$ est 0.

9. Logarithme de base a et logarithme décimal

Logarithme de base a

Pour $a>0$ et $a\neq 1$, on définit sur $]0,+\infty[$ la fonction $\log_a x=\dfrac{\ln x}{\ln a}$. Elle vérifie $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$ et sa dérivée vaut $\dfrac{1}{x\ln a}$. Elle est strictement croissante si $a>1$ et strictement décroissante si $0<a<1$. Le logarithme népérien est le logarithme de base e.

Règles de calcul en base a

Pour $x>0$, $y>0$ et r rationnel : $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$, $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$, $\log_a(x^r)=r\log_a x$ et $\log_a(a^r)=r$. Si $0<a<1$, l'inégalité $\log_a x\leq\log_a y$ équivaut à $x\geq y$.

Logarithme décimal

Le logarithme décimal est $\log=\log_{10}$. Il vérifie $\log(10^n)=n$ pour tout entier n, et l'équation $10^x=a$, avec $a>0$, a pour unique solution $x=\log a$.

Compter les chiffres d'une grande puissance

Un entier $N\geq 1$ s'écrit avec k chiffres si $10^{k-1}\leq N<10^k$, c'est-à-dire $k-1\leq\log N<k$: ainsi $k=E(\log N)+1$.

1. Pour $N=2^{100}$, $\log N=100\log 2\approx 30{,}10$: le nombre 2^{100} s'écrit avec 31 chiffres. En chimie, le pH d'une solution est défini par $\text{pH}=-\log\left[H_3O^+\right]$.

Je retiens

- ln est définie sur $]0,+\infty[$, avec $\ln 1=0$, $\ln e=1$ et $\ln'(x)=\dfrac{1}{x}$.

- Pour $a, b > 0$: $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ et $\ln(a^r) = r \ln a$.
- $\ln x \leq x - 1$ pour tout $x > 0$: la courbe est sous sa tangente en 1.
- $\dfrac{\ln x}{x^n} \to 0$ en $+\infty$ et $x^n \ln x \to 0$ en 0^+ ; $\dfrac{\ln(1+x)}{x} \to 1$ en 0.
- $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$ si $u > 0$; les primitives de $\dfrac{u'}{u}$ sont $\ln|u| + C$.
- La stricte croissance permet de comparer les arguments, en conservant les conditions d'existence.
- $\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$ et $\log(10^n) = n$.

Mathfjib MATHFJIB.COM
Mathfjib MATHFJIB.COM

Exercices - À chercher avant la correction

Cherchez chaque exercice sur votre cahier avant de lire sa correction. Justifiez chaque étape et citez le théorème utilisé, avec ses hypothèses.

Exercice 1. Simplifier et résoudre une équation

Facile

1. Simplifier $A = \ln\sqrt{e} + \ln\dfrac{e^2}{3} + \ln 3$ et $B = \ln 8 + \ln\dfrac{1}{2} - 2\ln 2$.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\ln(2x-1) = \ln(x+3)$.
3. Résoudre l'équation $\ln(x+2) = 1$.

Exercice 2. Inéquations logarithmiques

Facile

1. Résoudre $\ln(x+1) + \ln(x-1) \leq \ln 3$.
2. Résoudre $(\ln x)^2 - \ln x - 2 > 0$.

Exercice 3. Limites logarithmiques

Intermédiaire

Calculer les limites suivantes.

1. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\ln x - x\right)$
2. $\lim\limits_{x\to 0^+} x(\ln x)^2$
3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+2x)}{\sin x}$
4. $\lim\limits_{x\to+\infty} x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$

Exercice 4. Système et logarithme décimal

Intermédiaire

1. Résoudre le système $\begin{cases} x + y = 7 \\ \ln x + \ln y = 2\ln 2 + \ln 3 \end{cases}$.
2. Combien de chiffres compte l'écriture décimale de 3^{50} ? On donne $\log 3 \approx 0{,}4771$.
3. Résoudre l'équation $2^x = 10$.

Exercice 5. Étude de la fonction $x \mapsto x\ln x - x$

Approfondissement

Soit f définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = x\ln x - x$ pour $x > 0$ et $f(0) = 0$.

1. Montrer que f est continue à droite en 0. Est-elle dérivable à droite en 0 ?
2. Calculer $f'(x)$ pour $x > 0$ et dresser le tableau de variations de f.
3. Résoudre $f(x) = 0$, étudier la branche infinie en $+\infty$ et la concavité de la courbe.

4. Que représente f pour la fonction ln ?

Exercice 6. La suite harmonique et le logarithme

Approfondissement

Pour $n \geq 1$, on pose $H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$ et $u_n = H_n - \ln n$.

1. À l'aide du TAF, montrer que pour tout entier $k \geq 1$: $\frac{1}{k+1} < \ln(k+1) - \ln k < \frac{1}{k}$.
2. Montrer que (u_n) est décroissante.
3. Montrer que $H_n > \ln(n+1)$, puis que $u_n > 0$. En déduire que (u_n) converge.
4. Déterminer $\lim_{n\to+\infty} H_n$ et $\lim_{n\to+\infty} \frac{H_n}{\ln n}$.

Mathfjib MATHFJIB.COM
Mathfjib MATHFJIB.COM

Corrections expliquées des exercices

Exercice 1. Simplifier et résoudre une équation

1. $A = \dfrac{1}{2} + (2 - \ln 3) + \ln 3 = \dfrac{5}{2}$ et $B = 3\ln 2 - \ln 2 - 2\ln 2 = 0$.

2. Il faut $2x - 1 > 0$ et $x + 3 > 0$, soit $x > \dfrac{1}{2}$. Sur ce domaine, l'équation équivaut à $2x - 1 = x + 3$, donc $x = 4$, qui convient. L'ensemble des solutions est $\{4\}$.

3. Il faut $x > -2$. L'équation équivaut à $x + 2 = e$, soit $x = e - 2$, qui est bien supérieur à -2.

Exercice 2. Inéquations logarithmiques

1. Il faut $x > 1$. Sur ce domaine, l'inéquation s'écrit $\ln(x^2 - 1) \leq \ln 3$, soit $x^2 - 1 \leq 3$, c'est-à-dire $-2 \leq x \leq 2$. Avec $x > 1$, l'ensemble des solutions est $]1, 2]$.

2. Avec $x > 0$ et $t = \ln x$: $t^2 - t - 2 = (t-2)(t+1) > 0$, soit $t < -1$ ou $t > 2$. Donc $0 < x < e^{-1}$ ou $x > e^2$: l'ensemble des solutions est $\left]0, \dfrac{1}{e}\right[\cup]e^2, +\infty[$.

Exercice 3. Limites logarithmiques

1. $\ln x - x = x\left(\dfrac{\ln x}{x} - 1\right)$; le second facteur tend vers -1, donc la limite vaut $-\infty$.

2. $x(\ln x)^2 = \left(\sqrt{x}\ln x\right)^2$ et $\sqrt{x}\ln x = 2\sqrt{x}\ln\sqrt{x}$. Avec $t = \sqrt{x} \to 0^+$, $2t\ln t \to 0$: la limite vaut 0.

3. $\dfrac{\ln(1+2x)}{\sin x} = 2 \times \dfrac{\ln(1+2x)}{2x} \times \dfrac{x}{\sin x} \to 2 \times 1 \times 1 = 2$.

4. Avec $t = \dfrac{1}{x} \to 0^+$: $x \ln\left(1 + \dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{\ln(1+t)}{t} \to 1$.

Exercice 4. Système et logarithme décimal

1. Il faut $x > 0$ et $y > 0$. La seconde équation s'écrit $\ln(xy) = \ln 12$, soit $xy = 12$. Les réels x et y sont les racines de $t^2 - 7t + 12 = 0$, donc 3 et 4 : les solutions sont $(3, 4)$ et $(4, 3)$.

2. $\log(3^{50}) = 50\log 3 \approx 23{,}86$. Avec $k = E(\log N) + 1$, le nombre 3^{50} s'écrit avec 24 chiffres.

3. En appliquant ln aux deux membres positifs : $x\ln 2 = \ln 10$, donc $x = \dfrac{\ln 10}{\ln 2} = \dfrac{1}{\log 2} \approx 3{,}32$.

Exercice 5. Étude de la fonction $x \mapsto x\ln x - x$

1. $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln x = 0$, donc $f(x) \to 0 = f(0)$: f est continue à droite en 0. Le taux $\dfrac{f(x) - f(0)}{x} = \ln x - 1 \to -\infty$: f n'est pas dérivable à droite en 0 et la courbe admet en O une demi-tangente verticale.

2. $f'(x) = \ln x + x \times \dfrac{1}{x} - 1 = \ln x$. f décroît sur $[0, 1]$ et croît sur $[1, +\infty[$, avec le minimum $f(1) = -1$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x(\ln x - 1) = +\infty$.

3. Pour $x > 0$, $f(x) = x(\ln x - 1) = 0 \iff x = e$; avec $f(0) = 0$, les solutions sont 0 et e. Comme $\dfrac{f(x)}{x} = \ln x - 1 \to +\infty$, la courbe admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées. Enfin $f''(x) = \dfrac{1}{x} > 0$: la courbe est convexe sur $]0, +\infty[$.

4. $f' = \ln$ sur $]0, +\infty[$: f est une primitive de ln sur cet intervalle, celle qui tend vers 0 en 0^+.

Exercice 6. La suite harmonique et le logarithme

1. Le TAF appliqué à ln sur $[k, k+1]$ donne $c \in]k, k+1[$ tel que $\ln(k+1) - \ln k = \dfrac{1}{c}$, et $\dfrac{1}{k+1} < \dfrac{1}{c} < \dfrac{1}{k}$.

2. $u_{n+1} - u_n = \dfrac{1}{n+1} - \big(\ln(n+1) - \ln n\big) < 0$ d'après la question 1.

3. En sommant $\ln(k+1) - \ln k < \dfrac{1}{k}$ pour k de 1 à n, la somme télescopique donne $\ln(n+1) < H_n$. Donc $u_n > \ln(n+1) - \ln n > 0$. La suite (u_n) est décroissante et minorée par 0 : elle converge.

4. $H_n > \ln(n+1) \to +\infty$, donc $H_n \to +\infty$. De plus, pour $n \geq 2$, $\dfrac{H_n}{\ln n} = 1 + \dfrac{u_n}{\ln n}$, avec (u_n) bornée et $\ln n \to +\infty$: la limite vaut 1. La limite de (u_n) s'appelle la constante d'Euler, voisine de $0{,}577$.

Questions fréquentes

Pourquoi $\ln 0$ n'existe-t-il pas ?

La fonction ln est définie sur $]0, +\infty[$. Sa limite en 0^+ vaut $-\infty$, ce qui n'est pas une valeur réelle à attribuer en 0.

Comment dériver ln d'une fonction ?

Sur un intervalle où u est dérivable et strictement positive, la dérivée de $\ln\big(u(x)\big)$ est $\dfrac{u'(x)}{u(x)}$. Il faut conserver la dérivée de la fonction intérieure au numérateur.

Comment résoudre une équation avec ln en 2 Bac SM ?

Écrire d'abord le domaine, transformer l'équation en $\ln u = \ln v$ ou en $\ln u = k$, en déduire $u = v$ ou $u = e^k$, puis ne garder que les solutions qui appartiennent au domaine.

Que vaut la limite de $\dfrac{\ln x}{x}$ en $+\infty$?

Elle vaut 0 : toute puissance de x l'emporte sur le logarithme. On le démontre avec $\ln x < 2\sqrt{x}$ pour $x > 1$, puis le théorème des gendarmes.

Peut-on décomposer le logarithme d'une somme ?

Non : il n'existe pas de règle $\ln(a+b) = \ln a + \ln b$. La formule additive concerne le produit de deux réels strictement positifs.

MATHFJIB - Mathématiques 2 Bac SM A
Suivez les consignes et la progression de votre professeur.
Retrouver le cours, ses illustrations et les exercices corrigés en ligne.