COURS ILLUSTRÉ - LYCÉE - 2ÈME BAC SCIENCES MATHÉMATIQUES A - SEMESTRE 2

Espaces vectoriels

Un espace vectoriel réel est un ensemble où l'on peut additionner des vecteurs et les multiplier par des réels en respectant des règles précises. Les vecteurs peuvent être des couples, des triplets, des matrices, des polynômes ou des fonctions. Ce cours d'espaces vectoriels de 2 Bac SM A part des exemples familiers du plan et de l'espace, puis explique les sous-espaces vectoriels, les combinaisons linéaires, les familles libres et génératrices, les bases, les coordonnées et la dimension. Six exercices corrigés terminent le chapitre.

Mathématiques 2ème Bac Sciences Mathématiques A BIOF - Programme marocain - Mis à jour le 18/11/2026

Objectifs du chapitre

- Reconnaître la loi externe et les règles de calcul d'un espace vectoriel réel
- Prouver qu'une partie est un sous-espace vectoriel avec la propriété caractéristique
- Étudier une famille libre ou génératrice et reconnaître une base
- Déterminer les coordonnées d'un vecteur dans une base et la dimension d'un espace

Avant de commencer

- Groupes commutatifs et lois de composition interne
- Vecteurs du plan et de l'espace, matrices carrées
- Systèmes linéaires à deux ou trois inconnues

1. Définir un espace vectoriel réel

Loi de composition externe

Une loi de composition externe sur un ensemble E, à coefficients réels, est une application de $\mathbb{R} \times E$ dans E qui associe au couple (λ, u) un élément noté λu, ou $\lambda \cdot u$. Les réels sont appelés scalaires.

Espace vectoriel réel

Un ensemble E muni d'une loi interne $+$ et d'une loi externe $\cdot$ est un espace vectoriel réel si $(E, +)$ est un groupe commutatif et si, pour tous $u, v \in E$ et tous $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, les quatre règles du tableau suivant sont vérifiées. Ses éléments sont alors appelés vecteurs.

Règle	Égalité pour tous les vecteurs et réels concernés
Distributivité sur les vecteurs	$\lambda(u+v) = \lambda u + \lambda v$
Distributivité sur les scalaires	$(\lambda+\mu)u = \lambda u + \mu u$
Compatibilité des scalaires	$\lambda(\mu u) = (\lambda\mu)u$
Scalaire unité	$1u = u$

Règles de calcul

Dans un espace vectoriel réel : $0u = 0_E$, $\lambda 0_E = 0_E$ et $(-1)u = -u$. De plus, $\lambda u = 0_E$ si et seulement si $\lambda = 0$ ou $u = 0_E$.

Preuve de la dernière règle : si $\lambda u = 0_E$ et $\lambda \neq 0$, on multiplie par $\frac{1}{\lambda}$: $u = \frac{1}{\lambda}(\lambda u) = \frac{1}{\lambda}0_E = 0_E$. Les scalaires sont des réels ; le vecteur nul 0_E est un élément de E. Dans un espace de fonctions, ce vecteur nul est la fonction qui vaut 0 partout.

Couples et triplets

Dans $\mathbb{R}^2$, $(x, y) + (x', y') = (x + x', y + y')$ et $\lambda(x, y) = (\lambda x, \lambda y)$: le vecteur nul est $(0, 0)$. Les mêmes règles font de $\mathbb{R}^3$ un espace vectoriel réel.

1. Par exemple $2(1, -1) + 3(0, 2) = (2, 4)$: les opérations vectorielles sont ramenées à des opérations sur les coordonnées.

2. D'autres objets peuvent être des vecteurs

L'ensemble $\mathcal{V}_2$ des vecteurs du plan et l'ensemble $\mathcal{V}_3$ des vecteurs de l'espace, avec l'addition et la multiplication par un réel, sont les premiers exemples. Le corps $\mathbb{C}$, muni de l'addition et de la multiplication par un réel, est un espace vectoriel réel : un complexe $a + ib$ est une combinaison de 1 et de i. L'ensemble $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$ des matrices carrées d'ordre 2, muni de l'addition et de la multiplication d'une matrice par un réel, en est un autre, ainsi que $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$.

Polynômes et fonctions

L'ensemble $\mathbb{R}_2[X]$ des polynômes de degré au plus 2, polynôme nul compris, est stable par addition et par multiplication par un réel : c'est un espace vectoriel réel.

1. L'ensemble des fonctions définies sur un même intervalle I, à valeurs réelles, en est un autre. La somme de deux fonctions continues étant continue, les fonctions continues sur I forment un sous-espace de cet espace de fonctions.

Attention

Les polynômes de degré exactement 2 ne forment pas un espace vectoriel : le polynôme nul en est absent, et la somme $(X^2 + X) + (-X^2) = X$ est de degré 1. « Degré au plus 2 » est la condition stable.

3. La propriété caractéristique d'un sous-espace vectoriel

Caractérisation d'un sous-espace

Une partie F d'un espace vectoriel réel E est un sous-espace vectoriel de E si et seulement si F est non vide et, pour tous $u, v \in F$ et tous $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$, $\lambda u + \mu v \in F$. Un sous-espace est alors lui-même un espace vectoriel pour les lois induites, et il contient 0_E.

Un plan passant par l'origine

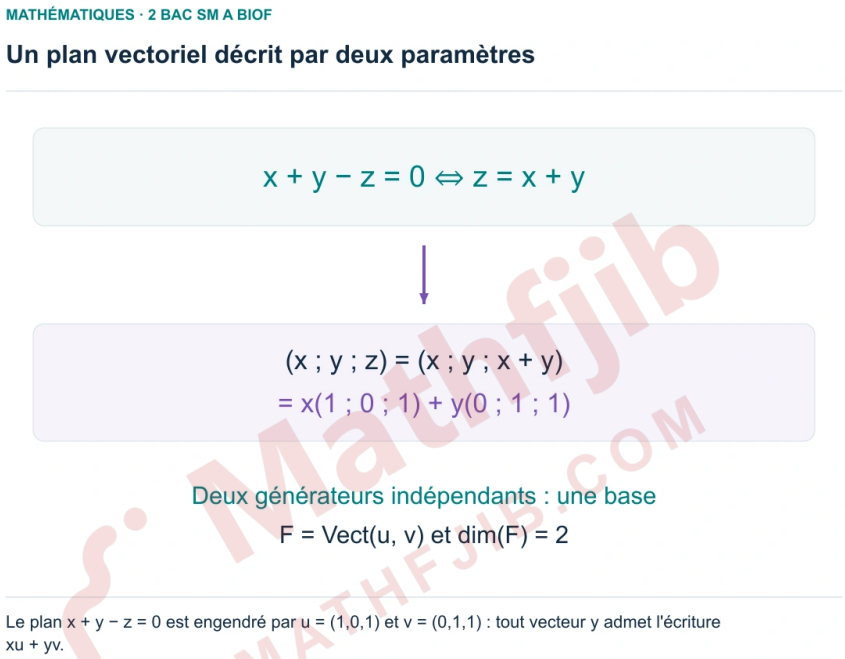
Soit $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y - z = 0\}$. Le vecteur nul appartient à F.

1. Si $u = (x, y, z)$ et $v = (x', y', z')$ sont dans F, la combinaison $\lambda u + \mu v$ vérifie $(\lambda x + \mu x') + (\lambda y + \mu y') - (\lambda z + \mu z') = \lambda \times 0 + \mu \times 0 = 0$. Ainsi F est un sous-espace de $\mathbb{R}^3$; l'équation homogène est conservée par les combinaisons.

Un plan affine qui n'est pas un sous-espace

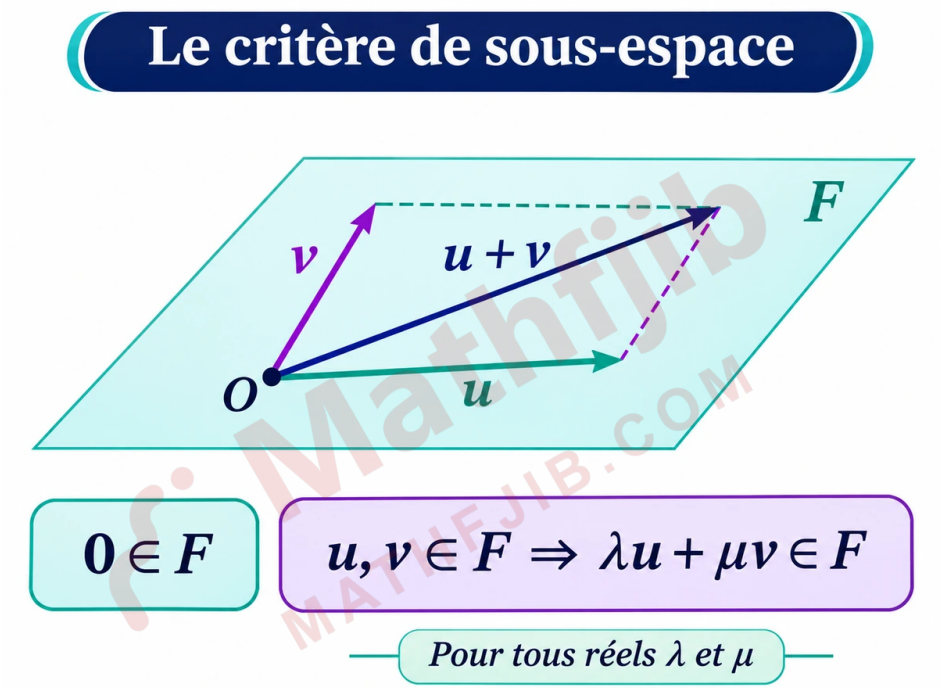
L'ensemble $H = \{(x, y, z) : x + y - z = 1\}$ ne contient pas le vecteur nul.

1. Ce n'est donc pas un sous-espace de $\mathbb{R}^3$, même si sa représentation géométrique ressemble à un plan.



Le plan $x + y - z = 0$ est engendré par $u = (1, 0, 1)$ et $v = (0, 1, 1)$: tout vecteur (x, y, z) de ce plan s'écrit $xu + yv$.

L'intersection de deux sous-espaces est un sous-espace, car les deux conditions de stabilité y restent vraies. Leur réunion ne l'est pas en général : dans $\mathbb{R}^2$, la réunion des deux axes contient $(1, 0)$ et $(0, 1)$ mais pas leur somme $(1, 1)$. En revanche, la somme $F + G = \{u + v : u \in F, v \in G\}$ est toujours un sous-espace. Le sous-espace vectoriel et le sous-groupe jouent des rôles analogues : un sous-espace est en particulier un sous-groupe de $(E, +)$.



Le critère de sous-espace exige un ensemble non vide et la présence de toute combinaison linéaire de deux de ses vecteurs.

4. Combinaisons linéaires et sous-espace engendré

Combinaison linéaire

Une combinaison linéaire des vecteurs $u_1, \dots, u_p$ est un vecteur $\lambda_1 u_1 + \cdots + \lambda_p u_p$, où les λ_j sont réels. L'ensemble de ces combinaisons est un sous-espace, noté $\text{Vect}(u_1, \dots, u_p)$: c'est le sous-espace engendré par la famille, et la famille en est une famille génératrice.

Paramétrer le plan précédent

Dans F, l'égalité $x + y - z = 0$ donne $z = x + y$. Donc $(x, y, z) = x(1, 0, 1) + y(0, 1, 1)$.

1. Ainsi $F = \text{Vect}(u, v)$ avec $u = (1, 0, 1)$ et $v = (0, 1, 1)$: la famille (u, v) engendre tout le plan F.

Un sous-espace de polynômes

Soit $G = \{P \in \mathbb{R}_2[X] : P(1) = 0\}$. Avec $P = a + bX + cX^2$, la condition s'écrit $a = -b - c$.

1. Donc $P = b(X-1)+c\,(X^2-1)$: $G = \text{Vect}\,(X - 1, X^2 - 1)$, ce qui prouve aussi que G est un sous-espace de $\mathbb{R}_2[X]$.

5. Famille libre ou liée : l'unicité commence ici

Indépendance linéaire

La famille $(u_1, \dots, u_p)$ est libre, ou linéairement indépendante, si $\lambda_1 u_1 + \cdots + \lambda_p u_p = 0_E$ impose $\lambda_1 = \cdots = \lambda_p = 0$. Sinon, elle est liée : l'un des vecteurs est combinaison linéaire des autres. Une famille contenant le vecteur nul est liée.

Deux vecteurs forment une famille liée si et seulement s'ils sont colinéaires. Dans $\mathbb{R}^3$, trois vecteurs peuvent être liés sans être deux à deux colinéaires : l'un peut être la somme des deux autres. Il faut donc étudier une combinaison nulle de toute la famille, ce qui revient à résoudre un système linéaire homogène.

Deux vecteurs de $\mathbb{R}^2$ et le déterminant

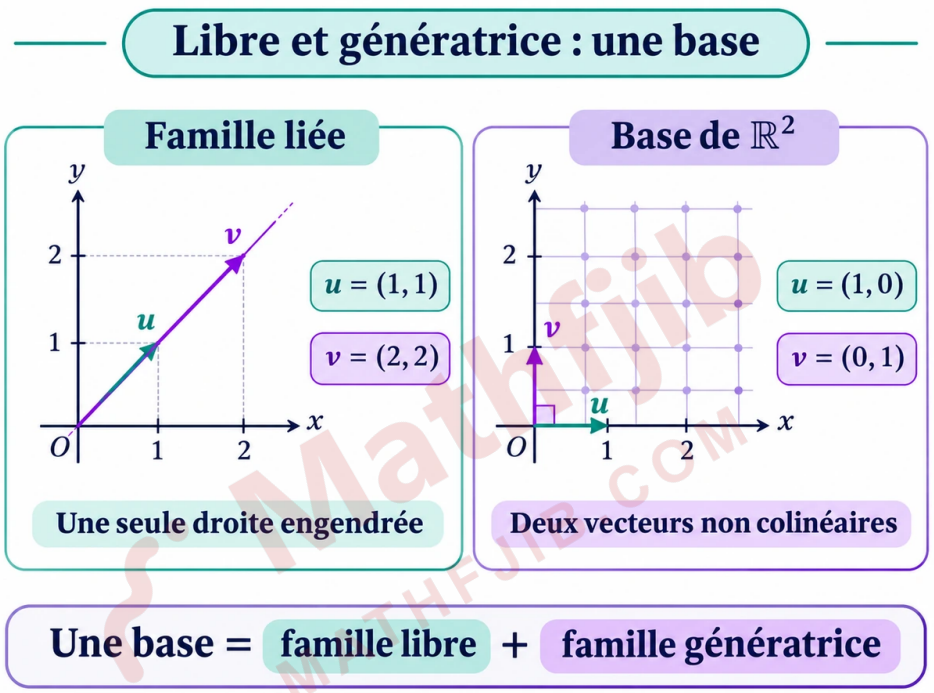
Dans $\mathbb{R}^2$, les vecteurs $u = (a, b)$ et $v = (c, d)$ forment une famille libre si et seulement si leur déterminant $ad - bc$ est non nul.

Prouver la liberté par les coordonnées

Pour $u = (1, 0, 1)$ et $v = (0, 1, 1)$, l'égalité $\alpha u + \beta v = (0, 0, 0)$ donne $(\alpha, \beta, \alpha + \beta) = (0, 0, 0)$.

1. Les deux premières coordonnées imposent $\alpha = \beta = 0$: la famille (u, v) est libre.

Mathfjib MATHFJIB.COM



Deux vecteurs non colinéaires forment une base de $\mathbb{R}^2$; deux vecteurs colinéaires n'engendrent qu'une droite et forment une famille liée.

6. Bases et coordonnées uniques

Base et coordonnées

Une base de E est une famille à la fois libre et génératrice. Tout vecteur de E s'y écrit de manière unique comme combinaison linéaire des vecteurs de la base ; les coefficients de cette écriture sont les coordonnées, ou composantes, du vecteur dans cette base.

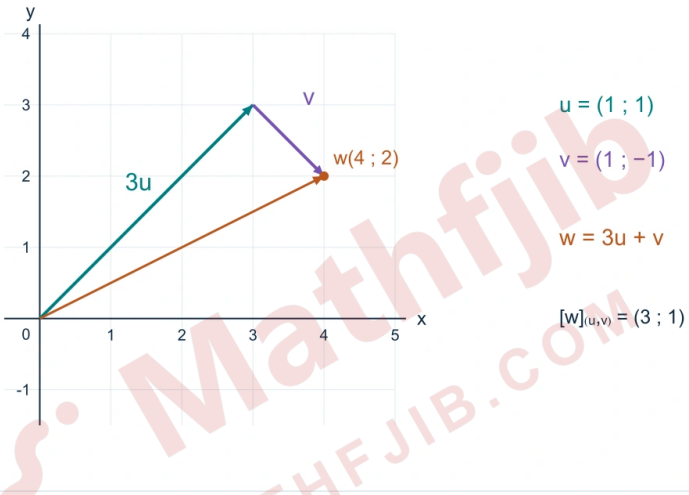
Coordonnées dans une base non canonique

Dans $\mathbb{R}^2$, prenons $u = (1, 1)$ et $v = (1, -1)$, de déterminant $-2 \neq 0$. Pour écrire $(4, 2) = \alpha u + \beta v$, on résout $\alpha + \beta = 4$ et $\alpha - \beta = 2$.

1. On trouve $\alpha = 3$ et $\beta = 1$: les coordonnées de $(4, 2)$ dans la base (u, v) sont $(3, 1)$. Elles diffèrent de ses coordonnées $(4, 2)$ dans la base canonique.

MATHÉMATIQUES · 2 BAC SM A BIOF

Le même vecteur, deux systèmes de coordonnées



Avec u = (1,1) et v = (1,−1), le vecteur (4,2) vaut 3u + v : ses coordonnées dans la base (u,v) sont (3,1).

Avec $u = (1, 1)$ et $v = (1, -1)$, le vecteur $(4, 2)$ vaut $3u + v$: ses coordonnées dans la base (u, v) sont $(3, 1)$.

6.1 Bases usuelles du programme

Espace vectoriel réel	Une base	Dimension
$\mathbb{R}^2$ ou $\mathcal{V}_2$	$\big((1,0),(0,1)\big)$	2
$\mathbb{R}^3$ ou $\mathcal{V}_3$	$\big((1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\big)$	3
$\mathbb{C}$	$(1, i)$	2
$\mathbb{R}_n[X]$	$(1, X, \ldots, X^n)$	$n+1$
$\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$	$(E_{11}, E_{12}, E_{21}, E_{22})$	4

La matrice E indicée ij a un coefficient égal à 1 en ligne i et colonne j, et des 0 ailleurs.

Coordonnées d'une matrice

Toute matrice $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ s'écrit $aE_{11} + bE_{12} + cE_{21} + dE_{22}$, et cette écriture est unique.

1. Les quatre matrices élémentaires forment donc une base de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, qui est de dimension 4; la matrice $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ y a pour coordonnées $(2\,;-1\,;3\,;5)$.

7. Dimension d'un espace vectoriel

Dimension finie

Si un espace vectoriel possède une base finie, toutes ses bases ont le même nombre de vecteurs : ce nombre est sa dimension. Dans un espace de dimension n, une famille libre de n vecteurs est une base, une famille génératrice de n vecteurs est une base, et une famille de plus de n vecteurs est liée.

Dans le plan, deux vecteurs non colinéaires forment donc une base. Dans $\mathbb{R}^3$, trois vecteurs libres forment une base. Le plan F étudié plus haut a pour base (u, v) et pour dimension 2, bien qu'il soit inclus dans un espace de dimension 3. L'espace réduit au vecteur nul a pour dimension 0.

Sous-espaces et dimension

Si F est un sous-espace d'un espace E de dimension finie, alors $\dim F \leq \dim E$, et $\dim F = \dim E$ entraîne $F = E$. Pour une famille de deux ou trois vecteurs, la résolution d'un système linéaire permet de vérifier la liberté et de calculer des coordonnées.

8. Un espace de fonctions : les solutions de $y'' + y = 0$

Une base formée de deux fonctions

L'ensemble S des fonctions y deux fois dérivables sur $\mathbb{R}$ telles que $y'' + y = 0$ contient la fonction nulle et est stable par combinaison linéaire : c'est un sous-espace de l'espace des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.

1. D'après le cours sur les équations différentielles, $S = \text{Vect}(\cos, \sin)$. La famille $(\cos, \sin)$ est libre : si $a\cos x + b\sin x = 0$ pour tout x, la valeur $x = 0$ donne $a = 0$, puis $x = \dfrac{\pi}{2}$ donne $b = 0$.
2. Ainsi $(\cos, \sin)$ est une base de S et $\dim S = 2$: les deux constantes de la solution générale sont exactement les coordonnées de la solution dans cette base.

9. Méthode complète pour déterminer une base d'un sous-espace

Méthode : De l'équation à la base

1. Vérifier que les équations sont homogènes et que l'ensemble est un sous-espace.
2. Résoudre les équations en exprimant les coordonnées au moyen de paramètres libres.
3. Séparer les paramètres pour écrire chaque vecteur comme combinaison de vecteurs fixés : on obtient une famille génératrice.
4. Prouver la liberté de cette famille ; conclure qu'elle forme une base et donner la dimension.

Un sous-espace de dimension 1

Soit $D = \{(x, y, z) : x - y = 0 \text{ et } z = 2x\}$. Ses vecteurs sont les triplets $(t, t, 2t) = t(1, 1, 2)$.

1. Le vecteur $(1, 1, 2)$ est non nul : la famille formée de ce seul vecteur est libre et engendre D. C'est une base, et $\dim D = 1$: D est une droite vectorielle.

Le but n'est pas d'apprendre une liste de définitions séparées. La stabilité garantit que les calculs restent dans l'espace, les générateurs permettent d'atteindre tous les vecteurs, la liberté assure l'unicité des coefficients, et la base réunit ces deux dernières propriétés. C'est cette chaîne qui rend les coordonnées utilisables.

Je retiens

- Un espace vectoriel réel possède une addition qui en fait un groupe commutatif et une multiplication externe par les réels.
- $\lambda u = 0_E$ si et seulement si $\lambda = 0$ ou $u = 0_E$.
- Une partie non vide stable par combinaison linéaire est un sous-espace ; elle contient le vecteur nul.
- Une famille génératrice permet d'écrire tous les vecteurs ; une famille libre assure l'unicité des coefficients ; une base est libre et génératrice.
- Dans $\mathbb{R}^2$, (a, b) et (c, d) forment une base si et seulement si $ad - bc \neq 0$.

- La dimension est le nombre de vecteurs d'une base : $\dim \mathbb{R}^3 = 3$, $\dim \mathbb{R}_n[X] = n+1$, $\dim \mathcal{M}_2(\mathbb{R}) = 4$.

Mathfjib
MATHFJIB.COM
Mathfjib
MATHFJIB.COM

Exercices - À chercher avant la correction

Cherchez chaque exercice sur votre cahier avant de lire sa correction. Justifiez chaque étape et citez le théorème utilisé, avec ses hypothèses.

Exercice 1. Sous-espace ou non ?

Facile

Dans $\mathbb{R}^3$, dire si chaque ensemble est un sous-espace vectoriel.

1. $F = \{(x, y, z) : x - 2y + z = 0\}$
2. $G = \{(x, y, z) : x + y = 1\}$
3. $H = \{(x, y, z) : xy = 0\}$

Exercice 2. Une base de $\mathbb{R}^2$ et des coordonnées

Facile

Soit $u = (2, 1)$ et $v = (1, 3)$.

1. Montrer que (u, v) est une base de $\mathbb{R}^2$.
2. Déterminer les coordonnées de $w = (4, 7)$ dans cette base.

Exercice 3. Une base de $\mathbb{R}^3$

Intermédiaire

Soit $u_1 = (1, 1, 0)$, $u_2 = (0, 1, 1)$ et $u_3 = (1, 0, 1)$.

1. Montrer que la famille (u_1, u_2, u_3) est libre.
2. En déduire qu'elle est une base de $\mathbb{R}^3$.
3. Déterminer les coordonnées de $w = (2, 3, 1)$ dans cette base.

Exercice 4. Un plan et une droite de $\mathbb{R}^3$

Intermédiaire

Soit $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x + y + z = 0\}$ et $G = \text{Vect}\big((1, 1, 1)\big)$.

1. Déterminer une base de F et sa dimension.
2. Déterminer $F \cap G$.
3. Montrer que tout vecteur $w = (x, y, z)$ de $\mathbb{R}^3$ s'écrit d'une seule façon $w = f + g$, avec $f \in F$ et $g \in G$.

Exercice 5. Un sous-espace de matrices

Approfondissement

Pour a, b réels, on pose $M(a, b) = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}$ et $E = \{M(a, b) : (a, b) \in \mathbb{R}^2\}$. On note $I = M(1, 0)$ et $J = M(0, 1)$.

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $(\mathcal{M}_2(\mathbb{R}), +, \cdot)$.
2. Montrer que (I, J) est une base de E et donner la dimension de E.

3. Déterminer les coordonnées de $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ dans la base (I, J), puis calculer J^2.

Exercice 6. L'espace des solutions d'une équation différentielle

Approfondissement

On note S l'ensemble des fonctions y deux fois dérivables sur $\mathbb{R}$ telles que $y'' + 4y = 0$.

1. Montrer que S est un sous-espace vectoriel de l'espace des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$.
2. Montrer que $S = \text{Vect}(c, d)$, avec $c(x) = \cos 2x$ et $d(x) = \sin 2x$, puis que (c, d) est une base de S.
3. Déterminer les coordonnées, dans cette base, de la fonction $f(x) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.

Mathfjib MATHFJIB.COM
Mathfjib MATHFJIB.COM

Corrections expliquées des exercices

Exercice 1. Sous-espace ou non ?

1. F contient $(0,0,0)$. Si $u=(x,y,z)$ et $v=(x',y',z')$ sont dans F, alors $\lambda u+\mu v$ vérifie $(\lambda x+\mu x')-2(\lambda y+\mu y')+(\lambda z+\mu z')=\lambda\times 0+\mu\times 0=0$: F est un sous-espace.

2. $(0,0,0)\notin G$, car $0+0\neq 1$: G n'est pas un sous-espace.

3. $(1,0,0)$ et $(0,1,0)$ appartiennent à H, mais leur somme $(1,1,0)$ non, car $1\times 1\neq 0$: H n'est pas stable par addition, ce n'est pas un sous-espace.

Exercice 2. Une base de $\mathbb{R}^2$ et des coordonnées

1. Le déterminant vaut $2\times 3-1\times 1=5\neq 0$: la famille est libre. Deux vecteurs libres dans $\mathbb{R}^2$, de dimension 2, forment une base.

2. On cherche a et b tels que $a(2,1)+b(1,3)=(4,7)$: $2a+b=4$ et $a+3b=7$. La première donne $b=4-2a$, puis $a+12-6a=7$, donc $a=1$ et $b=2$. Les coordonnées de w sont $(1,2)$; contrôle : $(2,1)+2(1,3)=(4,7)$.

Exercice 3. Une base de $\mathbb{R}^3$

1. $au_1+bu_2+cu_3=(a+c,a+b,b+c)=(0,0,0)$ donne $a+c=0$, $a+b=0$ et $b+c=0$. En additionnant, $2(a+b+c)=0$, donc $a+b+c=0$; avec $a+c=0$, on obtient $b=0$, puis $a=0$ et $c=0$. La famille est libre.

2. C'est une famille libre de 3 vecteurs dans $\mathbb{R}^3$, de dimension 3 : c'est une base.

3. On résout $a+c=2$, $a+b=3$, $b+c=1$. La somme donne $a+b+c=3$, d'où $b=1$, $c=0$ et $a=2$. Les coordonnées de w sont $(2,1,0)$; contrôle : $2(1,1,0)+(0,1,1)=(2,3,1)$.

Exercice 4. Un plan et une droite de $\mathbb{R}^3$

1. $z=-x-y$, donc $(x,y,z)=x(1,0,-1)+y(0,1,-1)$. La famille $\big((1,0,-1),(0,1,-1)\big)$ engendre F et elle est libre, ses deux premières coordonnées le montrant : c'est une base, et $\dim F=2$.

2. Un vecteur de G s'écrit (t,t,t) ; il appartient à F si $3t=0$, soit $t=0$. Donc $F\cap G=\{(0,0,0)\}$.

3. On cherche $g=(m,m,m)$ tel que $w-g\in F$: $(x-m)+(y-m)+(z-m)=0$ impose $m=\dfrac{x+y+z}{3}$. Ce réel est unique, donc g aussi, puis $f=w-g$. Par exemple, $(3,0,0)=(2,-1,-1)+(1,1,1)$.

Exercice 5. Un sous-espace de matrices

1. E contient la matrice nulle $M(0,0)$, et $\lambda M(a,b)+\mu M(c,d)=M(\lambda a+\mu c,\lambda b+\mu d)\in E$: E est un sous-espace de $\mathcal{M}_2(\mathbb{R})$.

2. $M(a,b)=aI+bJ$: la famille (I,J) engendre E. Si $aI+bJ$ est la matrice nulle, ses coefficients donnent $a=0$ et $b=0$: la famille est libre. C'est une base, et $\dim E=2$.

3. $\begin{pmatrix}3&-2\\2&3\end{pmatrix}=M(3,2)=3I+2J$: ses coordonnées sont $(3,2)$. Enfin $J^2=\begin{pmatrix}0&-1\\1&0\end{pmatrix}^2=\begin{pmatrix}-1&0\\0&-1\end{pmatrix}=-I$, ce qui rappelle $i^2=-1$.

Exercice 6. L'espace des solutions d'une équation différentielle

1. La fonction nulle appartient à S. Si $y_1,y_2\in S$ et λ,μ sont réels, $y=\lambda y_1+\mu y_2$ est deux fois dérivable et $y''+4y=\lambda\,(y_1''+4y_1)+\mu\,(y_2''+4y_2)=0$: S est un sous-espace.

2. L'équation caractéristique $r^2+4=0$ a pour racines $\pm 2i$: les solutions sont les fonctions $A\cos 2x+B\sin 2x$, donc $S=\text{Vect}(c,d)$. Si $A\cos 2x+B\sin 2x=0$ pour tout x, la valeur $x=0$ donne $A=0$, puis $x=\dfrac{\pi}{4}$ donne $B=0$: la famille est libre, c'est une base de S, et $\dim S=2$.

3. $\cos\left(2x-\dfrac{\pi}{3}\right)=\cos 2x\cos\dfrac{\pi}{3}+\sin 2x\sin\dfrac{\pi}{3}=\dfrac{1}{2}\cos 2x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x$. Les coordonnées de f sont $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

Questions fréquentes

Comment montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel ?

Vérifier qu'il est inclus dans un espace vectoriel connu et non vide, en général parce qu'il contient le vecteur nul, puis que toute combinaison linéaire $\lambda u + \mu v$ de deux de ses éléments lui appartient.

Comment reconnaître rapidement un ensemble qui n'est pas un sous-espace ?

Vérifier d'abord s'il contient le vecteur nul ; sinon, ce n'est pas un sous-espace. S'il le contient, chercher une somme ou un multiple qui sort de l'ensemble.

Quelle différence entre famille libre et famille génératrice ?

La liberté signifie que la combinaison nulle n'a que des coefficients nuls. Une famille génératrice permet d'exprimer tous les vecteurs de l'espace. Une base possède simultanément ces deux propriétés.

Comment trouver les coordonnées d'un vecteur dans une base ?

Écrire le vecteur comme combinaison $\lambda_1 u_1 + \cdots + \lambda_n u_n$ des vecteurs de la base et résoudre le système obtenu. La solution est unique, et les λ_j sont les coordonnées cherchées.

Pourquoi les coordonnées changent-elles avec la base ?

Les coordonnées sont les coefficients d'une décomposition selon les vecteurs de la base. Si ces vecteurs changent, les coefficients nécessaires pour représenter le même vecteur changent aussi.

MATHFJIB - Mathématiques 2 Bac SM A
Suivez les consignes et la progression de votre professeur.
Retrouver le cours, ses illustrations et les exercices corrigés en ligne.