COURS ILLUSTRÉ - LYCÉE - 2ÈME BAC SCIENCES MATHÉMATIQUES A - SEMESTRE 2

Probabilités

Une probabilité mesure la chance qu'un événement se réalise dans un modèle donné. En 2 Bac SM A, l'essentiel est de choisir correctement ce modèle : issues équiprobables ou non, tirages avec ou sans remise, épreuves indépendantes ou non. Ce cours de probabilités relie la stabilisation des fréquences, le dénombrement, les arbres pondérés, le conditionnement, l'indépendance, les variables aléatoires, leur fonction de répartition et la loi binomiale. Six exercices corrigés, dont des situations de génétique et de test médical, terminent le chapitre.

Mathématiques 2ème Bac Sciences Mathématiques A BIOF - Programme marocain - Mis à jour le 18/11/2026

Objectifs du chapitre

- Choisir le modèle de dénombrement adapté à une expérience aléatoire
- Calculer une probabilité conditionnelle, utiliser un arbre et la formule des probabilités totales
- Distinguer indépendance et incompatibilité de deux événements
- Déterminer la loi d'une variable aléatoire, ses paramètres, sa fonction de répartition, et reconnaître une loi binomiale

Avant de commencer

- Ensembles, réunion, intersection et complémentaire
- Dénombrement de 1ère Bac SM : arrangements, combinaisons, factorielles
- Fractions, pourcentages et sommes

1. Expérience aléatoire, univers et événements

Univers et événement

Une expérience est aléatoire si l'on connaît toutes ses issues possibles sans pouvoir prévoir laquelle se réalisera. L'univers Ω est l'ensemble de ces issues. Un événement est une partie de Ω ; un événement réduit à une issue est élémentaire, Ω est l'événement certain et $\varnothing$ l'événement impossible. L'événement contraire de A est noté $\overline{A}$.

L'intersection $A \cap B$ se lit « A et B », la réunion $A \cup B$ se lit « A ou B », éventuellement les deux. Deux événements sont incompatibles si $A \cap B = \varnothing$: ils ne peuvent pas se réaliser ensemble.

Espace probabilisé fini

Si $\Omega = \{\omega_1, \ldots, \omega_n\}$, définir une probabilité P sur Ω revient à donner des réels $p_i = P(\{\omega_i\}) \geq 0$ tels que $p_1 + \cdots + p_n = 1$. La probabilité d'un événement est la somme des probabilités des issues qui le composent. Le couple (Ω, P) est un espace probabilisé fini.

Règles de calcul

$0 \leq P(A) \leq 1$, $P(\Omega) = 1$, $P(\varnothing) = 0$, $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P(A)$ et $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Si A et B sont incompatibles, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.

Dans l'hypothèse d'équiprobabilité, toutes les issues ont la même probabilité $\dfrac{1}{\operatorname{card}\Omega}$, et $P(A) = \dfrac{\operatorname{card} A}{\operatorname{card}\Omega}$. Cette hypothèse doit venir du modèle, par exemple un dé équilibré ou un tirage au hasard ; une liste de possibilités ne suffit pas à prouver qu'elles sont équiprobables.

Décrire des événements avant de calculer

On lance un dé équilibré. Soit $A = \{2\,;4\,;6\}$ et $B = \{5\,;6\}$. Alors $P(A) = \dfrac{1}{2}$, $P(B) = \dfrac{1}{3}$ et $P(A \cap B) = \dfrac{1}{6}$.

1. Ainsi $P(A \cup B) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} - \dfrac{1}{6} = \dfrac{2}{3}$: l'issue 6 ne doit pas être comptée deux fois.

Un dé truqué

Un dé est truqué de sorte que la probabilité de chaque face soit proportionnelle à son numéro : $P(\{k\}) = ck$ pour k de 1 à 6.

1. La somme des probabilités vaut $21c = 1$, donc $c = \dfrac{1}{21}$. La probabilité d'obtenir un nombre pair vaut $\dfrac{2+4+6}{21} = \dfrac{12}{21} = \dfrac{4}{7}$: ce n'est pas $\dfrac{1}{2}$, car les issues ne sont pas équiprobables.

1.1 Fréquence et probabilité : le rôle de la simulation

Si l'on répète un très grand nombre de fois, par exemple 10000 fois, une expérience aléatoire simple comme le lancer d'une pièce ou le tirage d'une boule, la fréquence d'apparition d'un événement se stabilise autour d'une valeur : c'est cette valeur que la probabilité modélise. La touche Rand d'une calculatrice, ou un tableur, permet de simuler ces répétitions. La simulation aide à comprendre et à conjecturer ; elle ne remplace pas le calcul exact.

2. Dénombrement : l'ordre et la remise décident de la formule

Situation	Nombre de possibilités	Interprétation
Tirage successif avec remise de p objets parmi n	n^p	L'ordre compte et les objets peuvent revenir
Tirage successif sans remise de p objets parmi n	$A_n^p = \dfrac{n!}{(n-p)!}$	Arrangements : l'ordre compte, pas de répétition
Tirage simultané de p objets parmi n	$C_n^p = \binom{n}{p} = \dfrac{n!}{p!(n-p)!}$	Combinaisons : l'ordre ne compte pas
Rangement de n objets distincts	$n!$	Permutation de tous les objets

Par convention $0! = 1$. On a aussi $C_n^p = C_n^{n-p}$ et la relation de Pascal $C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1}$. Le principe multiplicatif compte des choix successifs ; le principe additif compte des cas disjoints. Pour une probabilité, on utilise le même type d'issues au numérateur et au dénominateur.

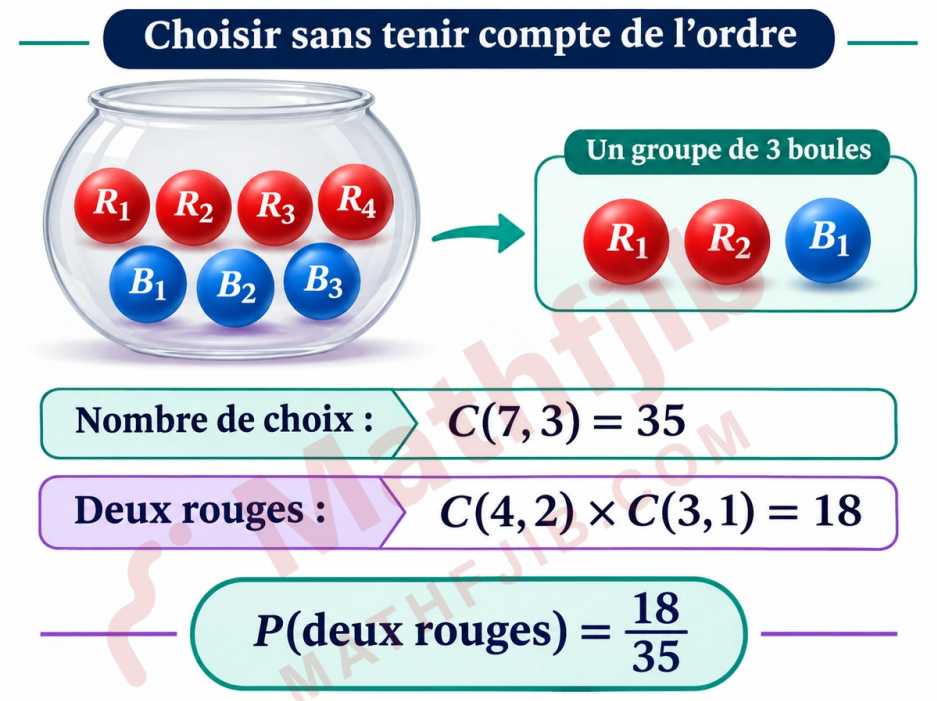
Deux boules rouges parmi trois boules tirées

Une urne contient 4 boules rouges et 3 boules bleues, indiscernables au toucher. On tire simultanément 3 boules : il y a $C_7^3 = 35$ tirages équiprobables.

1. Le nombre de tirages avec exactement deux rouges est $C_4^2 \times C_3^1 = 6 \times 3 = 18$. La probabilité vaut donc $\dfrac{18}{35}$. Le tirage simultané conduit naturellement aux combinaisons.

Attention

Sans remise, la composition de l'urne change après chaque tirage ; avec remise, elle est rétablie. Cette différence modifie les probabilités conditionnelles et décide si la loi binomiale s'applique.



Avec 4 boules rouges et 3 bleues, un tirage simultané de 3 boules donne $C_7^3 = 35$ choix ; $C_4^2 \times C_3^1 = 18$ choix comportent deux rouges.

3. Probabilité conditionnelle : changer l'information disponible

Probabilité de B sachant A

Si $P(A) > 0$, la probabilité de B sachant A est $P_A(B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(A)}$, notée aussi $P(B \mid A)$. On restreint le modèle aux issues où A est réalisé.

Règle du produit et arbre pondéré

Si $P(A) > 0$, $P(A \cap B) = P(A) \times P_A(B)$. Dans un arbre pondéré, la somme des probabilités issues d'un même nœud vaut 1 ; on multiplie les probabilités le long d'un chemin, et l'on additionne les probabilités des chemins disjoints qui réalisent l'événement cherché.

Conditionner n'est pas échanger les lettres

Dans une classe de 30 élèves, 18 pratiquent un sport ; parmi ces 18, 12 pratiquent aussi la musique. Si S signifie « sport » et M « musique », $P_S(M) = \dfrac{12}{18} = \dfrac{2}{3}$.

1. La valeur de $P_M(S)$ ne peut pas être déduite de ces seules données : il faudrait connaître le nombre total d'élèves qui pratiquent la musique.

4. Probabilités totales et formule de Bayes

Formule des probabilités totales

Si $A_1, \ldots, A_k$ forment une partition de Ω, avec $P(A_j) > 0$, alors $P(B) = \displaystyle\sum_{j=1}^{k} P(A_j)\, P_{A_j}(B)$. Les événements d'une partition sont deux à deux incompatibles et leur réunion est Ω ; le cas le plus fréquent est la partition $\{A, \overline{A}\}$.

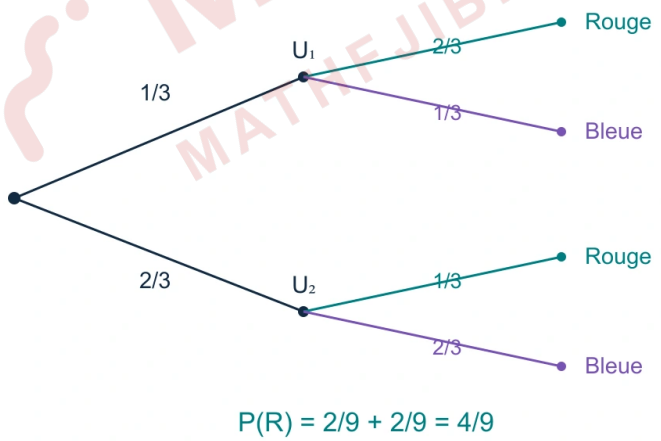
Choisir une urne puis une boule

On choisit l'urne U_1 avec la probabilité $\frac{1}{3}$ et l'urne U_2 avec la probabilité $\frac{2}{3}$. La première contient 2 rouges et 1 bleue ; la seconde 1 rouge et 2 bleues. On tire au hasard une boule de l'urne choisie.

1. Pour l'événement R « la boule est rouge » : $P(R) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$.
2. Si la boule est rouge, $P_R(U_1) = \frac{P(U_1 \cap R)}{P(R)} = \frac{\frac{2}{9}}{\frac{4}{9}} = \frac{1}{2}$: l'information obtenue change la probabilité attribuée au choix de l'urne.

MATHÉMATIQUES · 2 BAC SM A BIOF

Arbre pondéré : multiplier un chemin, additionner les cas



La probabilité d'une boule rouge est (1/3)(2/3) + (2/3)(1/3) = 4/9 : les deux chemins rouges sont disjoints.

La probabilité d'une boule rouge est $\frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{4}{9}$: les deux chemins rouges sont disjoints.

Formule de Bayes

Si $P(A) > 0$ et $P(B) > 0$, $P_B(A) = \frac{P(A)\,P_A(B)}{P(B)}$. Le dénominateur se calcule souvent par la formule des probabilités totales. On n'inverse pas une probabilité conditionnelle en échangeant simplement les événements.

5. Indépendance et incompatibilité

Indépendance de deux événements

Deux événements A et B sont indépendants si $P(A \cap B) = P(A)\,P(B)$. Lorsque $P(A) > 0$, cela équivaut à $P_A(B) = P(B)$: savoir que A est réalisé ne change pas la probabilité de B.

Indépendance et événements contraires

Si A et B sont indépendants, alors $\overline{A}$ et B le sont aussi, ainsi que A et $\overline{B}$, et $\overline{A}$ et $\overline{B}$. En effet $P\left(\overline{A} \cap B\right) = P(B) - P(A \cap B) = P(B)\big(1 - P(A)\big) = P\left(\overline{A}\right) P(B)$.

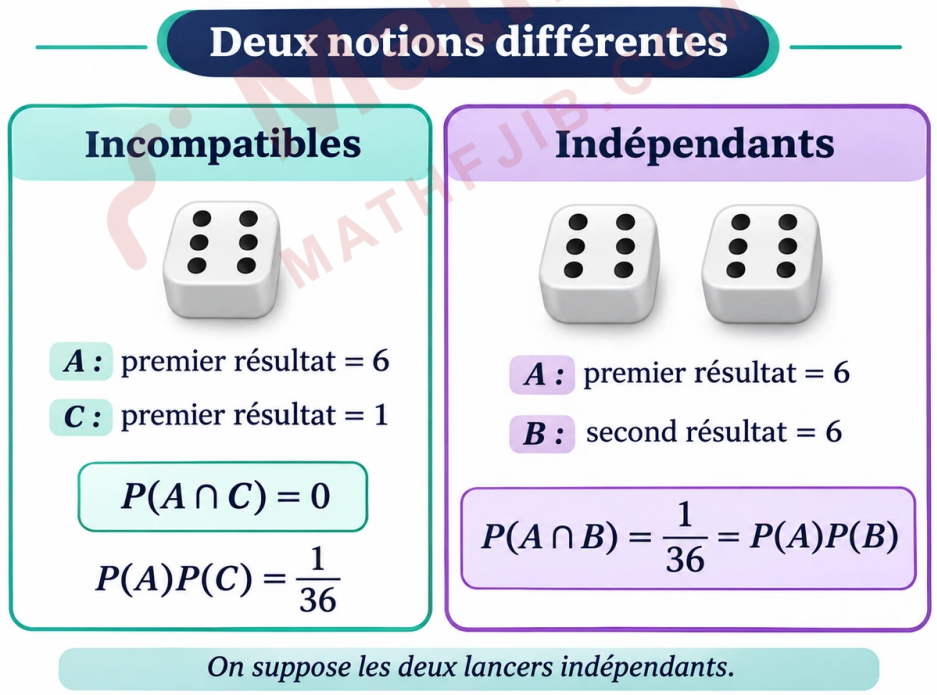
Deux événements incompatibles de probabilités non nulles ne sont pas indépendants : si l'un se réalise, l'autre devient impossible. Deux épreuves sont indépendantes lorsque le résultat de l'une n'influence pas celui de l'autre,

comme deux lancers successifs d'un dé ou des tirages avec remise ; la probabilité d'une suite de résultats est alors le produit des probabilités de chacun. Cette indépendance se justifie par le modèle, pas par le seul fait que les épreuves soient successives.

Deux lancers de dé

Pour deux lancers indépendants d'un dé équilibré, A signifie « le premier résultat vaut 6 » et B « le second vaut 6 ». On a $P(A \cap B) = \dfrac{1}{36} = P(A)\,P(B)$.

1. Si C signifie « le premier résultat vaut 1 », alors A et C sont incompatibles, de probabilités $\dfrac{1}{6}$: ils ne sont pas indépendants.



Deux événements incompatibles de probabilités non nulles ne sont pas indépendants : leur intersection est vide, alors que le produit de leurs probabilités est positif.

6. Variable aléatoire, loi et paramètres

Variable aléatoire et loi de probabilité

Une variable aléatoire X associe un réel à chaque issue de Ω. Si elle prend les valeurs $x_1 < x_2 < \cdots < x_r$, sa loi de probabilité est la donnée des $p_i = P(X = x_i)$, positifs ou nuls et de somme 1 ; on la présente dans un tableau.

Espérance, variance et écart type

$E(X) = \sum_i x_i p_i$, $V(X) = \sum_i (x_i - E(X))^2 p_i = E\left(X^2\right) - E(X)^2$ et $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$. Pour des réels a et b : $E(aX + b) = aE(X) + b$ et $V(aX + b) = a^2 V(X)$.

Nombre de faces sur deux pièces équilibrées

On lance indépendamment deux pièces équilibrées et l'on note X le nombre de faces obtenues. X prend les valeurs 0, 1, 2 avec les probabilités $\dfrac{1}{4}$, $\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{1}{4}$.

1. On obtient $E(X) = 1$, $E(X^2) = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$ et $V(X) = \frac{1}{2}$. L'espérance est une moyenne théorique sur un grand nombre de répétitions ; elle ne prédit pas le résultat d'un lancer particulier.

7. Fonction de répartition d'une variable aléatoire

Fonction de répartition

La fonction de répartition de X est la fonction F définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = P(X \leq x)$. Pour une variable qui prend les valeurs $x_1 < \cdots < x_r$: $F(x) = 0$ si $x < x_1$, $F(x) = p_1 + \cdots + p_i$ si $x_i \leq x < x_{i+1}$, et $F(x) = 1$ si $x \geq x_r$.

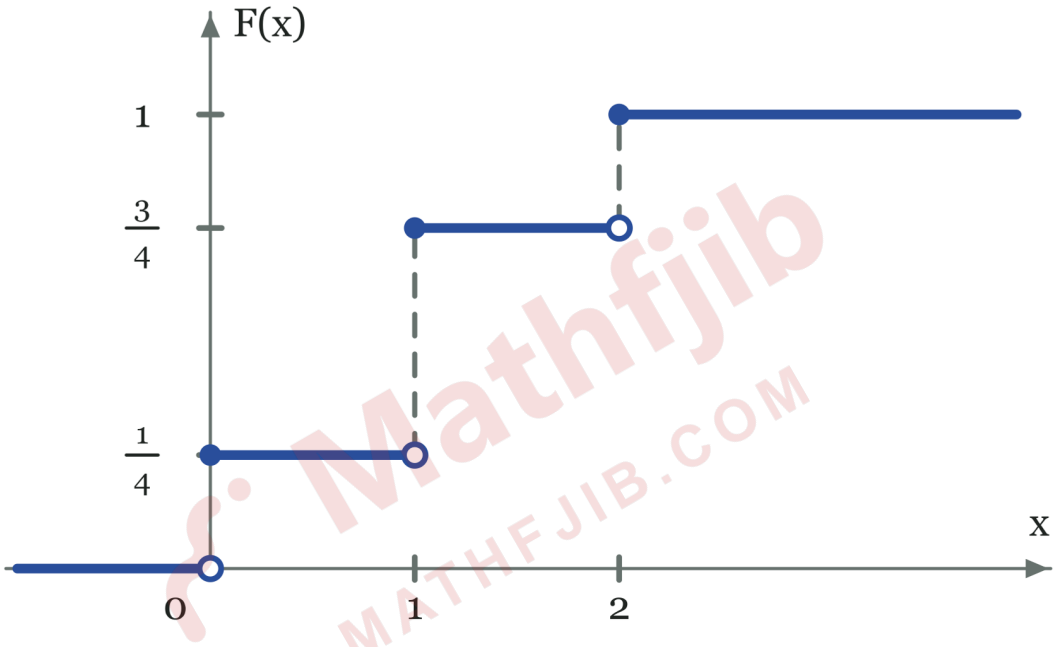
Propriétés

F est croissante, à valeurs dans $[0, 1]$, constante entre deux valeurs consécutives de X, et elle augmente de p_i en x_i : c'est une fonction en escalier. On a $P(a < X \leq b) = F(b) - F(a)$ pour $a < b$.

Représenter la fonction de répartition

Pour le nombre X de faces sur deux pièces : $F(x) = 0$ si $x < 0$; $F(x) = \frac{1}{4}$ si $0 \leq x < 1$; $F(x) = \frac{3}{4}$ si $1 \leq x < 2$; $F(x) = 1$ si $x \geq 2$.

1. Sur le graphique, chaque palier commence par un point plein, valeur prise, et se termine par un point creux, valeur laissée, car $F(x)$ inclut l'égalité $X = x$. On lit par exemple $P(X \leq 1) = \frac{3}{4}$ et $P(0 < X \leq 2) = F(2) - F(0) = \frac{3}{4}$.



La fonction de répartition du nombre de faces obtenues avec deux pièces est une fonction en escalier croissante : elle saute de $\frac{1}{4}$ en 0, de $\frac{1}{2}$ en 1, de $\frac{1}{4}$ en 2, puis vaut 1.

8. Loi binomiale : répétitions indépendantes d'une même épreuve

Épreuve de Bernoulli et loi binomiale

Une épreuve de Bernoulli a deux issues, succès de probabilité p et échec de probabilité $1-p$. Si l'on répète n fois, de manière indépendante, la même épreuve et si X compte les succès, alors X suit la loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$: pour $0 \leq k \leq n$, $P(X=k) = C_n^k\, p^k (1-p)^{n-k}$.

Le coefficient C_n^k compte les positions possibles des k succès parmi les n épreuves ; la puissance donne la probabilité d'une suite particulière. Pour $0 < p < 1$, $P(X=0) = (1-p)^n$ et $P(X=n) = p^n$. Les probabilités de « au moins un succès » se calculent par l'événement contraire : $P(X \geq 1) = 1-(1-p)^n$.

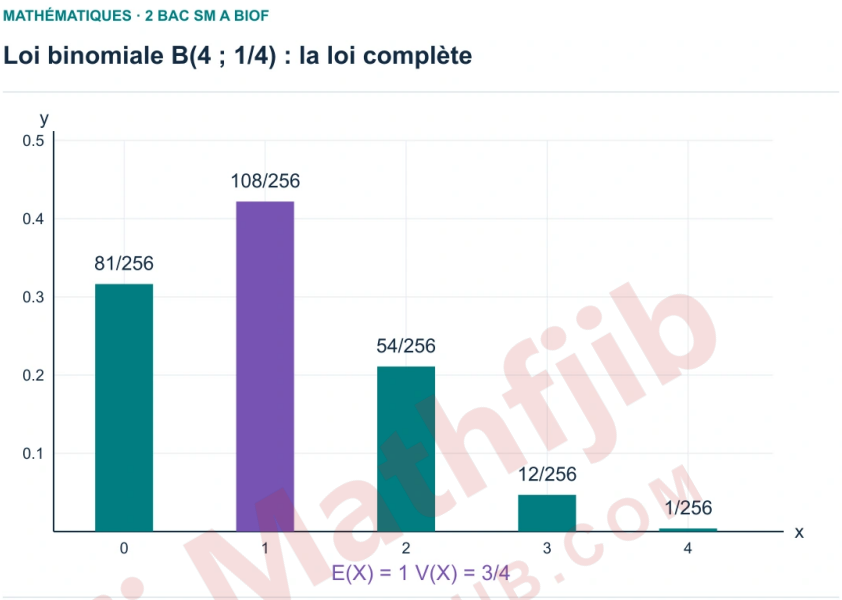
Espérance et variance binomiales

Si X suit $\mathcal{B}(n,p)$, alors $E(X) = np$, $V(X) = np(1-p)$ et $\sigma(X) = \sqrt{np(1-p)}$.

Exactement deux succès ou au moins un

En génétique, deux parents hétérozygotes pour un caractère récessif ont, à chaque naissance et indépendamment, une probabilité $\dfrac{1}{4}$ d'avoir un enfant qui manifeste ce caractère. Pour 4 enfants, le nombre X d'enfants concernés suit $\mathcal{B}\left(4, \dfrac{1}{4}\right)$.

1. $P(X=2) = C_4^2 \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 \left(\dfrac{3}{4}\right)^2 = \dfrac{27}{128}$ et $P(X \geq 1) = 1 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^4 = \dfrac{175}{256}$. Enfin $E(X) = 1$ et $V(X) = \dfrac{3}{4}$.



Pour X suivant B(4 ; 1/4), les probabilités de 0 à 4 succès sont 81/256, 108/256, 54/256, 12/256 et 1/256 ; leur somme vaut 1.

Pour X suivant $\mathcal{B}\left(4, \dfrac{1}{4}\right)$, les probabilités de 0 à 4 succès sont $\dfrac{81}{256}, \dfrac{108}{256}, \dfrac{54}{256}, \dfrac{12}{256}$ et $\dfrac{1}{256}$; leur somme vaut 1.

Méthode : Reconnaître une loi binomiale

1. Identifier l'épreuve répétée et le succès.
2. Vérifier que les répétitions sont indépendantes et que la probabilité du succès reste la même.
3. Vérifier que la variable compte le nombre de succès sur un nombre fixé n de répétitions.

4. Écrire la loi $\mathcal{B}(n,p)$, puis calculer avec la formule, avec l'événement contraire ou avec les paramètres.

9. Contrôler la cohérence d'un résultat

Après un calcul, on vérifie que chaque probabilité appartient à $[0,1]$, que les branches issues d'un même nœud d'un arbre totalisent 1, que la loi d'une variable a une somme égale à 1 et que sa fonction de répartition atteint 1. Une probabilité conditionnelle mentionne toujours l'événement sur lequel on conditionne, et une espérance reste comprise entre la plus petite et la plus grande valeur de la variable.

Je retiens

- L'équiprobabilité doit être justifiée avant d'utiliser un quotient de dénombrements.
- L'ordre et la remise déterminent le bon modèle de comptage : puissances, arrangements ou combinaisons.
- $P_A(B)=\dfrac{P(A\cap B)}{P(A)}$; dans un arbre, on multiplie sur un chemin et on additionne des chemins disjoints.
- A et B sont indépendants si $P(A\cap B)=P(A)P(B)$; indépendance et incompatibilité sont deux notions différentes.
- $E(X)=\sum x_i p_i$, $V(X)=E\left(X^2\right)-E(X)^2$ et $F(x)=P(X\leq x)$ est une fonction en escalier.
- Si X suit $\mathcal{B}(n,p)$, $P(X=k)=C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$, $E(X)=np$ et $V(X)=np(1-p)$.

Mathfjib MATHFJIB.COM

Exercices - À chercher avant la correction

Cherchez chaque exercice sur votre cahier avant de lire sa correction. Justifiez chaque étape et citez le théorème utilisé, avec ses hypothèses.

Exercice 1. Tirage simultané de deux boules

Facile

Une urne contient 5 boules rouges et 3 boules vertes, indiscernables au toucher. On tire simultanément 2 boules.

1. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules de la même couleur ?
2. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins une boule verte ?

Exercice 2. Avec ou sans remise

Facile

La même urne contient 5 boules rouges et 3 boules vertes. On tire successivement deux boules.

1. Sans remise, calculer la probabilité de tirer une rouge puis une verte, puis celle de tirer une boule de chaque couleur.
2. Mêmes questions avec remise.

Exercice 3. Un test de dépistage et la formule de Bayes

Intermédiaire

Une maladie touche 2% d'une population. Un test est positif chez 95% des malades et chez 3% des personnes non malades. On choisit une personne au hasard ; M signifie « malade » et T « test positif ».

1. Construire l'arbre pondéré et calculer $P(T)$.
2. Calculer $P_T(M)$ et commenter.

Exercice 4. Loi, paramètres et fonction de répartition

Intermédiaire

On lance un dé équilibré. On gagne 3 DH si l'on obtient 6, on gagne 1 DH si l'on obtient 4 ou 5, et l'on perd 1 DH sinon. On note X le gain algébrique.

1. Déterminer la loi de X.
2. Calculer $E(X)$, $V(X)$ et $\sigma(X)$.
3. Déterminer la fonction de répartition de X.

Exercice 5. Loi binomiale en génétique

Approfondissement

Deux parents hétérozygotes pour un caractère récessif ont, à chaque naissance et indépendamment, une probabilité $\dfrac{1}{4}$ d'avoir un enfant qui manifeste ce caractère. Une famille a 5 enfants ; X désigne le nombre d'enfants qui manifestent le caractère.

1. Justifier que X suit une loi binomiale et préciser ses paramètres.

2. Calculer $P(X = 2)$ et $P(X \geq 1)$.
3. Calculer $E(X)$ et $V(X)$.
4. Combien d'enfants faut-il au minimum pour que la probabilité qu'au moins un manifeste le caractère dépasse $0{,}9$?

Exercice 6. Indépendance et répétition d'un tir

Approfondissement

1. Soient A et B deux événements indépendants. Montrer que $\overline{A}$ et $\overline{B}$ sont indépendants.
2. Un tireur atteint sa cible avec la probabilité $0{,}7$ à chaque tir, les tirs étant indépendants. Calculer la probabilité qu'il atteigne la cible au moins une fois en 3 tirs.
3. Combien de tirs faut-il au minimum pour que cette probabilité dépasse $0{,}99$?

Mathfjib MATHFJIB.COM
Mathfjib MATHFJIB.COM

Corrections expliquées des exercices

Exercice 1. Tirage simultané de deux boules

Il y a $C_8^2 = 28$ tirages équiprobables.

1. Deux rouges : $C_5^2 = 10$ tirages ; deux vertes : $C_3^2 = 3$. La probabilité vaut $\dfrac{13}{28}$.

2. L'événement contraire est « deux rouges », de probabilité $\dfrac{10}{28}$. La probabilité cherchée vaut $1 - \dfrac{10}{28} = \dfrac{18}{28} = \dfrac{9}{14}$.

Exercice 2. Avec ou sans remise

1. Sans remise : $P(R_1 \cap V_2) = \dfrac{5}{8} \times \dfrac{3}{7} = \dfrac{15}{56}$. L'ordre inverse donne aussi $\dfrac{3}{8} \times \dfrac{5}{7} = \dfrac{15}{56}$, d'où une probabilité $\dfrac{30}{56} = \dfrac{15}{28}$ pour une boule de chaque couleur. On retrouve $\dfrac{C_5^1 C_3^1}{C_8^2} = \dfrac{15}{28}$.

2. Avec remise, les deux tirages sont indépendants : $P(R_1 \cap V_2) = \dfrac{5}{8} \times \dfrac{3}{8} = \dfrac{15}{64}$, et la probabilité d'une boule de chaque couleur vaut $2 \times \dfrac{15}{64} = \dfrac{15}{32}$.

Exercice 3. Un test de dépistage et la formule de Bayes

1. Les premières branches portent $P(M) = 0{,}02$ et $P\left(\overline{M}\right) = 0{,}98$, les secondes $P_M(T) = 0{,}95$ et $P_{\overline{M}}(T) = 0{,}03$. Par les probabilités totales : $P(T) = 0{,}02 \times 0{,}95 + 0{,}98 \times 0{,}03 = 0{,}019 + 0{,}0294 = 0{,}0484$.

2. $P_T(M) = \dfrac{P(M \cap T)}{P(T)} = \dfrac{0{,}019}{0{,}0484} \approx 0{,}39$. Moins de 40% des personnes testées positives sont malades : la maladie étant rare, la plupart des tests positifs proviennent des 98% de personnes saines.

Exercice 4. Loi, paramètres et fonction de répartition

1. X prend les valeurs -1, 1 et 3, avec $P(X = -1) = \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{2}$, $P(X = 1) = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$ et $P(X = 3) = \dfrac{1}{6}$; la somme vaut bien 1.

2. $E(X) = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{3}{6} = \dfrac{1}{3}$. Puis $E\left(X^2\right) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \dfrac{9}{6} = \dfrac{7}{3}$, donc $V(X) = \dfrac{7}{3} - \dfrac{1}{9} = \dfrac{20}{9}$ et $\sigma(X) = \dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. Le jeu est en moyenne favorable au joueur.

3. $F(x) = 0$ si $x < -1$; $F(x) = \dfrac{1}{2}$ si $-1 \leq x < 1$; $F(x) = \dfrac{5}{6}$ si $1 \leq x < 3$; $F(x) = 1$ si $x \geq 3$.

Exercice 5. Loi binomiale en génétique

1. Chaque naissance est une épreuve de Bernoulli de succès « l'enfant manifeste le caractère », de probabilité $\dfrac{1}{4}$; les 5 épreuves sont indépendantes et X compte les succès : X suit $\mathcal{B}\left(5, \dfrac{1}{4}\right)$.

2. $P(X = 2) = C_5^2 \left(\dfrac{1}{4}\right)^2 \left(\dfrac{3}{4}\right)^3 = 10 \times \dfrac{1}{16} \times \dfrac{27}{64} = \dfrac{135}{512} \approx 0{,}26$ et $P(X \geq 1) = 1 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^5 = \dfrac{781}{1024} \approx 0{,}76$.

3. $E(X) = 5 \times \dfrac{1}{4} = \dfrac{5}{4}$ et $V(X) = 5 \times \dfrac{1}{4} \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{15}{16}$.

4. Pour n enfants, on veut $1 - \left(\dfrac{3}{4}\right)^n \geq 0{,}9$, soit $\left(\dfrac{3}{4}\right)^n \leq 0{,}1$, c'est-à-dire $n \geq \dfrac{\ln 0{,}1}{\ln 0{,}75} \approx 8{,}004$. Il faut au moins 9 enfants : $\left(\dfrac{3}{4}\right)^8 \approx 0{,}1001$ ne suffit pas, alors que $\left(\dfrac{3}{4}\right)^9 \approx 0{,}075$.

Exercice 6. Indépendance et répétition d'un tir

1. $P\left(\overline{A} \cap \overline{B}\right) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A)P(B) = \big(1 - P(A)\big)\big(1 - P(B)\big) = P\left(\overline{A}\right) P\left(\overline{B}\right)$.

2. Le nombre de tirs réussis suit $\mathcal{B}(3\,;0{,}7)$. La probabilité de n'atteindre jamais la cible vaut $0{,}3^3 = 0{,}027$, donc la probabilité cherchée vaut $1 - 0{,}027 = 0{,}973$.

3. Il faut $1 - 0{,}3^n \geq 0{,}99$, soit $0{,}3^n \leq 0{,}01$. Comme $0{,}3^3 = 0{,}027$ et $0{,}3^4 = 0{,}0081$, il faut au moins 4 tirs.

Questions fréquentes

Quand utiliser une combinaison plutôt qu'un arrangement ?

Une combinaison compte des choix où l'ordre ne distingue pas les résultats, comme un tirage simultané. Un arrangement compte des choix successifs sans répétition où l'ordre importe.

Comment calculer une probabilité conditionnelle avec un arbre ?

Lire sur la branche la probabilité conditionnelle $P_A(B)$, multiplier le long du chemin pour obtenir $P(A \cap B)$, puis diviser par $P(A)$ si l'on cherche une probabilité conditionnelle inverse, avec la formule de Bayes.

Comment déterminer la fonction de répartition d'une variable aléatoire ?

Ranger les valeurs de X par ordre croissant, puis cumuler leurs probabilités : $F(x)$ vaut 0 avant la plus petite valeur, la somme des probabilités des valeurs inférieures ou égales à x ensuite, et 1 après la plus grande.

Comment reconnaître une loi binomiale en 2 Bac SM ?

Vérifier un nombre fixé de répétitions indépendantes d'une même épreuve à deux issues, avec une probabilité de succès constante, et une variable qui compte les succès.

Pourquoi calculer le complément pour au moins un succès ?

L'événement contraire est « zéro succès », un seul cas facile à calculer. On obtient $P(X \geq 1) = 1 - (1-p)^n$, ce qui évite de sommer plusieurs probabilités.

MATHFJIB - Mathématiques 2 Bac SM A
Suivez les consignes et la progression de votre professeur.
Retrouver le cours, ses illustrations et les exercices corrigés en ligne.