COURS ILLUSTRÉ - LYCÉE - 2ÈME BAC SCIENCES MATHÉMATIQUES A - SEMESTRE 2

Nombres complexes (Partie 2)

La seconde partie du cours de nombres complexes de 2 Bac SM A utilise le calcul complexe pour résoudre des équations et démontrer des propriétés géométriques. Le module traduit une distance, l'argument traduit un angle orienté, et une relation entre affixes peut décrire une transformation du plan. On apprend à résoudre les équations du second degré dans $\mathbb{C}$, à construire toutes les racines n-ièmes d'un complexe, à traduire alignement, orthogonalité et cocyclicité, puis à reconnaître et composer translations, rotations et homothéties. Six exercices corrigés terminent le chapitre.

Mathématiques 2ème Bac Sciences Mathématiques A BIOF - Programme marocain - Mis à jour le 18/11/2026

Objectifs du chapitre

- Résoudre une équation du second degré dans $\mathbb{C}$ et les équations qui s'y ramènent
- Déterminer les racines n-ièmes d'un complexe et interpréter les racines de l'unité
- Traduire distances, angles, alignement, orthogonalité et cocyclicité en affixes
- Écrire, reconnaître et composer les transformations usuelles du plan

Avant de commencer

- Nombres complexes partie 1 : formes, conjugué, module et argument
- Angles orientés, angles inscrits et cercle trigonométrique
- Transformations du plan et équations du second degré

1. Racines carrées et équation du second degré

Racines carrées d'un complexe

Tout complexe non nul possède exactement deux racines carrées, opposées. Si $\Delta = \rho e^{i\theta}$ avec $\rho > 0$, ce sont $\sqrt{\rho}\, e^{i\frac{\theta}{2}}$ et $-\sqrt{\rho}\, e^{i\frac{\theta}{2}}$. La seule racine carrée de 0 est 0.

Trouver une racine carrée sous forme algébrique

Cherchons $w = u + iv$ tel que $w^2 = 3 + 4i$. On obtient $u^2 - v^2 = 3$ et $2uv = 4$. Comme $|w|^2 = |3 + 4i| = 5$, on a aussi $u^2 + v^2 = 5$.

1. D'où $u^2 = 4$ et $v^2 = 1$. La condition $uv = 2 > 0$ impose des signes identiques : les racines carrées de $3+4i$ sont $2 + i$ et $-2 - i$.

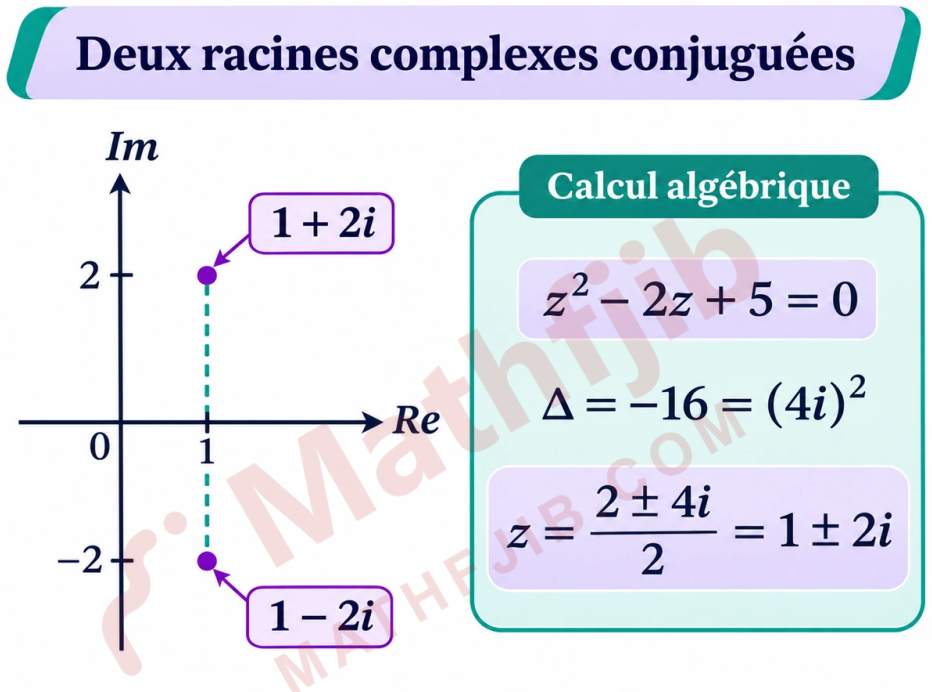
Équation du second degré dans $\mathbb{C}$

Soit $az^2 + bz + c = 0$ avec a, b, c complexes et $a \neq 0$, et $\Delta = b^2 - 4ac$. Si δ est une racine carrée de Δ, les solutions sont $z_1 = \dfrac{-b + \delta}{2a}$ et $z_2 = \dfrac{-b - \delta}{2a}$; elles sont confondues si $\Delta = 0$. Le trinôme se factorise alors en $a(z - z_1)(z - z_2)$.

Discriminant réel négatif

L'équation $z^2 - 2z + 5 = 0$ a pour discriminant -16, dont les racines carrées sont $\pm 4i$.

1. Ses solutions sont $1 + 2i$ et $1 - 2i$, conjuguées, et $z^2 - 2z + 5 = (z - 1 - 2i)(z - 1 + 2i)$.



L'équation $z^2 - 2z + 5 = 0$ a pour discriminant -16 et pour racines $1 + 2i$ et $1 - 2i$, conjuguées l'une de l'autre.

Somme et produit des racines

Les solutions z_1, z_2 de $az^2 + bz + c = 0$ vérifient $z_1 + z_2 = -\dfrac{b}{a}$ et $z_1 z_2 = \dfrac{c}{a}$. Réciproquement, deux complexes de somme S et de produit P sont les solutions de $z^2 - Sz + P = 0$. Pour un polynôme à coefficients réels, le conjugué d'une racine est aussi une racine.

1.1 Équations qui se ramènent au second degré

Factoriser autour d'une racine évidente

Soit $P(z) = z^3 - 3z^2 + 4z - 2$. Comme $P(1) = 0$, on peut écrire $P(z) = (z-1)(z^2 + \beta z + \gamma)$; en identifiant les coefficients, $P(z) = (z-1)(z^2 - 2z + 2)$.

1. Le trinôme a pour discriminant $-4 = (2i)^2$: ses racines sont $1 + i$ et $1 - i$. Les solutions de $P(z) = 0$ sont donc 1, $1 + i$ et $1 - i$.

D'autres équations se ramènent au second degré par un changement d'inconnue : $Z = z^2$ pour une équation bi-carrée, $Z = z + \dfrac{1}{z}$ pour certaines équations symétriques, ou la recherche d'une racine réelle ou imaginaire pure ib en séparant partie réelle et partie imaginaire. Une méthode doit produire toutes les solutions et permettre de les vérifier dans l'équation initiale.

2. Racines n-ièmes d'un complexe

Toutes les solutions de $z^n = a$

Soit $n \geq 2$ et $a = \rho e^{i\theta} \neq 0$. Les solutions de $z^n = a$ sont les n complexes $z_k = \sqrt[n]{\rho}\, e^{i\frac{\theta + 2k\pi}{n}}$, pour $k \in \{0\,;1\,;\ldots\,;n-1\}$. Ils sont distincts et leurs images sont les sommets d'un polygone régulier à n côtés inscrit dans le cercle de centre O et de rayon $\sqrt[n]{\rho}$.

Le module de z est imposé par $|z|^n = \rho$. Pour l'argument, on résout $n \arg z \equiv \theta\,[2\pi]$, ce qui donne $\arg z \equiv \dfrac{\theta}{n}\left[\dfrac{2\pi}{n}\right] : n$ angles différents modulo 2π. Oublier les termes $\dfrac{2k\pi}{n}$ ne donnerait qu'une seule solution au lieu de toutes les racines.

Racines cubiques de 8

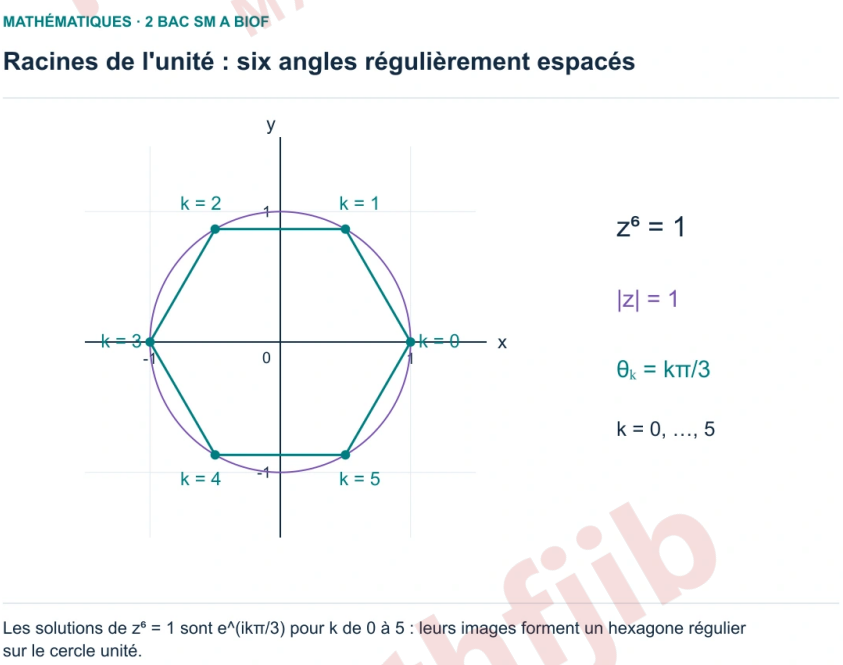
Comme $8 = 8e^{i0}$, les solutions de $z^3 = 8$ sont $2e^{i\frac{2k\pi}{3}}$ pour $k = 0, 1, 2$.

1. Elles valent 2, $-1 + i\sqrt{3}$ et $-1 - i\sqrt{3}$. Leurs images forment un triangle équilatéral centré en O.

3. Racines de l'unité et polygones réguliers

Ensemble $\mathbb{U}_n$

Les racines n-ièmes de l'unité forment l'ensemble $\mathbb{U}_n = \left\{e^{\frac{2ik\pi}{n}} : 0 \leq k \leq n-1\right\}$. Avec $\omega = e^{\frac{2i\pi}{n}}$, on les écrit $1, \omega, \omega^2, \ldots, \omega^{n-1}$. Le produit de deux éléments de $\mathbb{U}_n$ et l'inverse d'un élément restent dans $\mathbb{U}_n$: $(\mathbb{U}_n, \times)$ est un groupe à n éléments.



Les solutions de $z^6 = 1$ sont les $e^{\frac{ik\pi}{3}}$ pour k de 0 à 5 : leurs images forment un hexagone régulier sur le cercle unité.

Pour $n \geq 2$, $1 + \omega + \cdots + \omega^{n-1} = \dfrac{1 - \omega^n}{1 - \omega} = 0$, car $\omega^n = 1$ et $\omega \neq 1$. Géométriquement, le centre du polygone régulier est l'isobarycentre de ses sommets. Les racines n-ièmes d'un complexe a s'obtiennent en multipliant l'une d'entre elles par les éléments de $\mathbb{U}_n$. Pour $n = 3$, on note souvent $j = e^{\frac{2i\pi}{3}}$: $1 + j + j^2 = 0$ et $j^3 = 1$.

4. Distances et angles grâce à un quotient d'affixes

Le quotient qui compare deux vecteurs

Si A, B, C sont trois points distincts d'affixes a, b, c, alors $\left|\dfrac{c-a}{b-a}\right| = \dfrac{AC}{AB}$ et $\arg\left(\dfrac{c-a}{b-a}\right) \equiv \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)\,[2\pi]$.

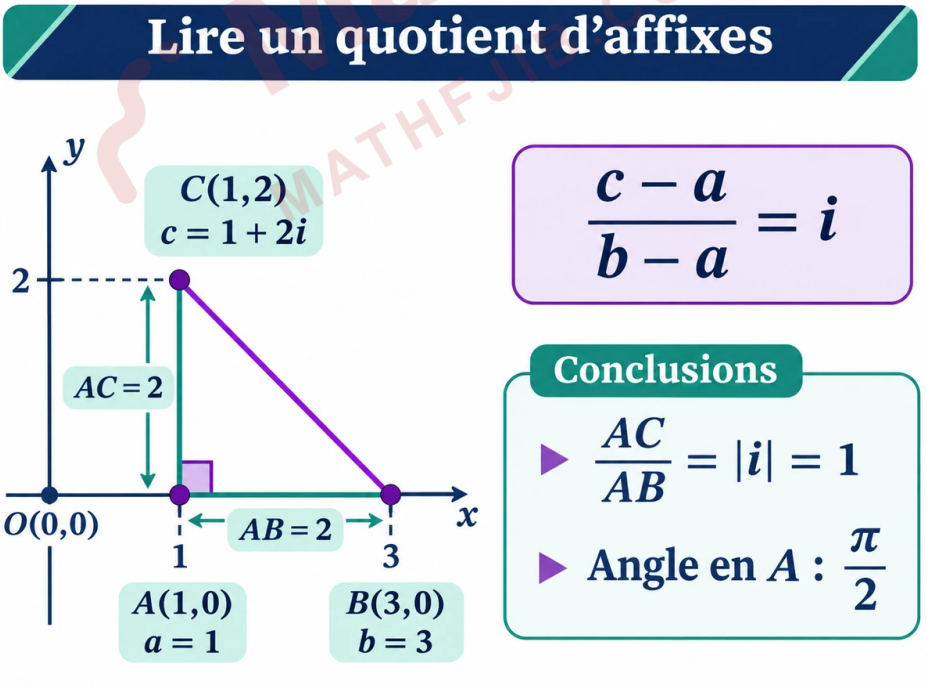
Alignement et orthogonalité

Pour trois points distincts, A, B, C sont alignés si et seulement si $\dfrac{c-a}{b-a}$ est réel ; les droites (AB) et (AC) sont perpendiculaires si et seulement si ce quotient est imaginaire pur.

Prouver qu'un triangle est rectangle isocèle

Prenons $a=1, b=3$ et $c=1+2i$. Alors $\dfrac{c-a}{b-a}=\dfrac{2i}{2}=i$.

1. Le module vaut 1, donc $AC=AB$, et l'argument vaut $\dfrac{\pi}{2}$: le triangle ABC est rectangle isocèle en A. Une égalité $\dfrac{c-a}{b-a}=e^{\pm i\frac{\pi}{3}}$ caractériserait de même un triangle équilatéral.



Pour $a=1, b=3$ et $c=1+2i$, le quotient $\dfrac{c-a}{b-a}$ vaut i : $AB=AC$ et l'angle en A vaut $\dfrac{\pi}{2}$.

Cocyclicité de quatre points

Soient A, B, C, D quatre points distincts d'affixes a, b, c, d. Ils sont alignés ou situés sur un même cercle si et seulement si $\dfrac{c-a}{d-a}\times\dfrac{d-b}{c-b}$ est réel. S'ils ne sont pas alignés, ils sont cocycliques. Cette propriété traduit l'égalité des angles inscrits $\left(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AC}\right)\equiv\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{BC}\right)\ [\pi]$.

Vérifier que quatre points sont cocycliques

Prenons $a=1, b=i, c=-1$ et $d=-i$. On calcule $\dfrac{c-a}{d-a}=\dfrac{-2}{-1-i}=1-i$ et $\dfrac{c-b}{d-b}=\dfrac{-1-i}{-2i}=\dfrac{1-i}{2}$.

1. Le quotient de ces deux nombres vaut 2, qui est réel. Les quatre points, qui ne sont pas alignés, sont donc cocycliques : ils sont sur le cercle de centre O et de rayon 1.

4.1 Lieux géométriques et précautions

Une relation $|z-a|=r$ décrit un cercle si $r>0$, un point si $r=0$. Une relation $|z-a|=|z-b|$, avec $a\neq b$, décrit une médiatrice. Pour un argument de quotient, on exclut d'abord les points où numérateur ou dénominateur

s'annule. Par exemple, $\dfrac{z-a}{z-b}$ est imaginaire pur non nul si et seulement si M est distinct de A et B et voit le segment $[AB]$ sous un angle droit : l'ensemble cherché est le cercle de diamètre $[AB]$ privé de A et B. Une condition d'angle modulo π décrit souvent une droite ou un cercle privé de points ; modulo 2π, elle peut ne sélectionner qu'un arc.

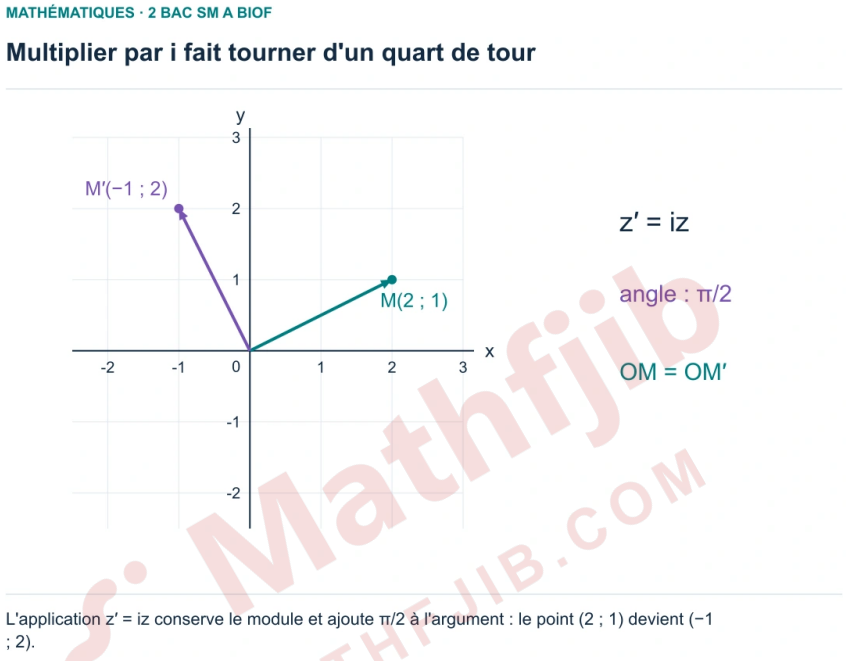
5. Translations, homothéties et rotations

Transformation	Écriture complexe	Éléments caractéristiques
Translation	$z' = z + b$	Vecteur d'affixe b
Homothétie	$z' - \omega = k(z - \omega)$	Centre d'affixe ω, rapport réel $k \neq 0$
Rotation	$z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$	Centre d'affixe ω, angle θ
Symétrie centrale	$z' = 2\omega - z$	Centre d'affixe ω : rotation d'angle π
Symétrie d'axe réel	$z' = \overline{z}$	Conjugaison

Multiplier par i : un quart de tour

La relation $z' = iz$ définit la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$. Pour $z = 2 + i$, on obtient $z' = -1 + 2i$.

1. Les modules restent égaux et l'argument augmente de $\dfrac{\pi}{2}$: la rotation conserve les distances et les angles orientés.



L'application z′ = iz conserve le module et ajoute π/2 à l'argument : le point (2 ; 1) devient (−1 ; 2).

L'application $z' = iz$ conserve le module et ajoute $\dfrac{\pi}{2}$ à l'argument : le point $(2, 1)$ devient $(-1, 2)$.

Reconnaître une transformation $z' = az + b$

Si $a = 1$, c'est la translation de vecteur d'affixe b. Si $a \neq 1$ et $a \neq 0$, l'application possède l'unique point fixe $\omega = \dfrac{b}{1-a}$ et s'écrit $z' - \omega = a(z - \omega)$. Si a est réel, c'est l'homothétie de centre ω et de rapport a ; si $|a| = 1$,

c'est la rotation de centre ω et d'angle $\arg a$; en général, c'est la composée, dans un ordre quelconque, de la rotation de centre ω d'angle $\arg a$ et de l'homothétie de centre ω de rapport $|a|$.

Retrouver le centre au lieu de le deviner

Pour $z' = iz + 1 - i$, le point fixe vaut $\omega = \dfrac{1-i}{1-i} = 1$.

1. La transformation s'écrit $z' - 1 = i(z-1)$: c'est la rotation de centre le point d'affixe 1 et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.

6. Composer des transformations

Méthode : Composer deux transformations

1. Écrire chaque transformation sous la forme $z \mapsto a_1 z + b_1$ et $z \mapsto a_2 z + b_2$.
2. Substituer : la composée $T_2 \circ T_1$ s'écrit $z \mapsto a_2(a_1 z + b_1) + b_2 = a_2 a_1 z + a_2 b_1 + b_2$.
3. Reconnaître le résultat : coefficient $a_2 a_1 = 1$ pour une translation, sinon calculer le point fixe, puis le rapport $|a_2 a_1|$ et l'angle $\arg(a_2 a_1)$.

Deux rotations de centres différents

Soit $R_1 : z \mapsto iz$, de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$, et $R_2 : z \mapsto i(z-1)+1$, de centre le point d'affixe 1 et de même angle.

1. $R_2 \circ R_1$ s'écrit $z \mapsto i(iz-1)+1 = -z + 1 - i$. Le coefficient $-1 = e^{i\pi}$ donne une rotation d'angle $\dfrac{\pi}{2} + \dfrac{\pi}{2} = \pi$, de centre $\dfrac{1-i}{2}$: c'est une symétrie centrale. Les angles s'additionnent, mais le centre change.

Rotation ou homothétie composée avec une translation

La composée de la rotation $z \mapsto e^{i\theta} z$, avec $\theta \not\equiv 0\ [2\pi]$, et d'une translation $z \mapsto z + b$ s'écrit $z \mapsto e^{i\theta} z + b$ ou $z \mapsto e^{i\theta}(z+b)$: c'est encore une rotation d'angle θ, de centre différent.

1. De même, la composée de l'homothétie $z \mapsto kz$, avec $k \neq 1$, et d'une translation est une homothétie de rapport k. Si les angles de deux rotations s'annulent, la composée est une translation.

Rotation et homothétie de même centre

L'application $z \mapsto (1+i)z$ s'écrit $z \mapsto \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}} z$.

1. C'est la composée de la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{4}$ et de l'homothétie de centre O et de rapport $\sqrt{2}$: elle multiplie les distances par $\sqrt{2}$ et fait tourner chaque vecteur de $\dfrac{\pi}{4}$.

Attention

Pour une preuve géométrique, annoncer les points distincts et les exclusions avant de former un quotient. Une division par zéro, ou l'argument de zéro, annule la validité de l'interprétation.

Je retiens

- Un trinôme complexe se résout avec une racine carrée de son discriminant ; la somme des racines vaut $-\dfrac{b}{a}$ et leur produit $\dfrac{c}{a}$.
- Les solutions de $z^n = \rho e^{i\theta}$ sont $\sqrt[n]{\rho}\, e^{i\frac{\theta+2k\pi}{n}}$, $0 \leq k \leq n-1$: les sommets d'un polygone régulier.

- $\left|\dfrac{c-a}{b-a}\right| = \dfrac{AC}{AB}$ et $\arg \dfrac{c-a}{b-a} \equiv \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.
- Un quotient réel caractérise l'alignement, un quotient imaginaire pur l'orthogonalité, avec les exclusions nécessaires.
- Quatre points distincts non alignés sont cocycliques si et seulement si $\dfrac{c-a}{d-a} \times \dfrac{d-b}{c-b}$ est réel.
- L'écriture $z' - \omega = a(z-\omega)$ révèle le centre, le rapport $|a|$ et l'angle $\arg a$ d'une transformation.

Mathfjib MATHFJIB.COM
Mathfjib MATHFJIB.COM

Exercices - À chercher avant la correction

Cherchez chaque exercice sur votre cahier avant de lire sa correction. Justifiez chaque étape et citez le théorème utilisé, avec ses hypothèses.

Exercice 1. Une équation à coefficients complexes

Facile

Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - (3+i)z + 2 + 2i = 0$, puis vérifier les relations entre coefficients et racines.

Exercice 2. Racines cubiques d'un imaginaire pur

Facile

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^3 = 8i$ et donner les solutions sous forme algébrique.
2. Représenter leurs images et préciser la nature du triangle obtenu.

Exercice 3. Triangle rectangle et quatre points cocycliques

Intermédiaire

On considère les points A, B, C, D d'affixes $a = 2 + i$, $b = 4 + 3i$, $c = 3i$ et $d = 2 + 5i$.

1. Calculer $\dfrac{c-a}{b-a}$ et en déduire la nature du triangle ABC.
2. En déduire le centre Ω et le rayon du cercle circonscrit à ABC.
3. Montrer que D appartient à ce cercle, puis retrouver la cocyclicité de A, B, C, D par le critère du quotient.

Exercice 4. Écriture complexe et composée de transformations

Intermédiaire

Soit R la rotation de centre Ω d'affixe $1 + i$ et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$, et H l'homothétie de centre O et de rapport 2.

1. Déterminer l'écriture complexe de R et celle de H.
2. Déterminer l'écriture complexe de $H \circ R$ et préciser ses éléments caractéristiques.
3. Déterminer la nature de $R \circ R$.

Exercice 5. Une équation de degré 3

Approfondissement

Soit $P(z) = z^3 - (2+2i)z^2 + (2+4i)z - 4i$.

1. Montrer que l'équation $P(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure ib, avec b réel, à déterminer.
2. Déterminer les complexes β et γ tels que $P(z) = (z - 2i)\,(z^2 + \beta z + \gamma)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

Exercice 6. Racines cinquièmes de l'unité et $\cos\dfrac{2\pi}{5}$

Approfondissement

Soit $\omega = e^{\frac{2i\pi}{5}}$, $\alpha = \omega + \omega^4$ et $\beta = \omega^2 + \omega^3$.

1. Montrer que $1+\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4=0$.
2. Montrer que $\alpha=2\cos\dfrac{2\pi}{5}$, puis calculer $\alpha+\beta$ et $\alpha\beta$.
3. En déduire la valeur exacte de $\cos\dfrac{2\pi}{5}$.

Mathfjib
MATHFJIB.COM
Mathfjib
MATHFJIB.COM

Corrections expliquées des exercices

Exercice 1. Une équation à coefficients complexes

Le discriminant vaut $\Delta = (3+i)^2 - 4(2+2i) = 9+6i-1-8-8i = -2i$. Comme $(1-i)^2 = 1-2i-1 = -2i$, une racine carrée de Δ est $\delta = 1-i$.

Les solutions sont $z_1 = \dfrac{3+i+1-i}{2} = 2$ et $z_2 = \dfrac{3+i-1+i}{2} = 1+i$.

Vérification : $z_1+z_2 = 3+i$ et $z_1 z_2 = 2+2i$, conformément à $z_1+z_2 = -\dfrac{b}{a}$ et $z_1 z_2 = \dfrac{c}{a}$.

Exercice 2. Racines cubiques d'un imaginaire pur

1. $8i = 8e^{i\frac{\pi}{2}}$, donc les solutions sont $z_k = 2e^{i\left(\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3}\right)}$ pour $k = 0, 1, 2$: $z_0 = 2e^{i\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3}+i$, $z_1 = 2e^{i\frac{5\pi}{6}} = -\sqrt{3}+i$ et $z_2 = 2e^{i\frac{3\pi}{2}} = -2i$. Contrôle : $(-2i)^3 = -8i^3 = 8i$.

2. Les trois images sont sur le cercle de centre O et de rayon 2, et leurs arguments diffèrent de $\dfrac{2\pi}{3}$: elles forment un triangle équilatéral centré en O.

Exercice 3. Triangle rectangle et quatre points cocycliques

1. $\dfrac{c-a}{b-a} = \dfrac{-2+2i}{2+2i} = \dfrac{(-2+2i)(2-2i)}{8} = \dfrac{8i}{8} = i$. Donc $AC = AB$ et $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right) \equiv \dfrac{\pi}{2}$: ABC est rectangle isocèle en A.

2. Le triangle étant rectangle en A, son cercle circonscrit a pour diamètre $[BC]$: son centre a pour affixe $\omega = \dfrac{b+c}{2} = 2+3i$ et son rayon vaut $\dfrac{|b-c|}{2} = \dfrac{|4|}{2} = 2$.

3. $|d-\omega| = |2i| = 2$: D est sur le cercle. Avec le critère : $\dfrac{c-a}{d-a} = \dfrac{-2+2i}{4i} = \dfrac{1+i}{2}$ et $\dfrac{c-b}{d-b} = \dfrac{-4}{-2+2i} = 1+i$, dont le quotient vaut $\dfrac{1}{2}$, réel. Les points ne sont pas alignés, ils sont donc cocycliques.

Exercice 4. Écriture complexe et composée de transformations

1. $R : z' - (1+i) = i\big(z-(1+i)\big)$, soit $z' = iz+2$; contrôle : $i(1+i)+2 = 1+i$. $H : z' = 2z$.

2. $H \circ R : z \mapsto 2(iz+2) = 2iz+4$. Le coefficient $2i = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$ donne le rapport 2 et l'angle $\dfrac{\pi}{2}$; le point fixe vaut $\dfrac{4}{1-2i} = \dfrac{4(1+2i)}{5} = \dfrac{4}{5}+\dfrac{8}{5}i$. C'est la composée de la rotation d'angle $\dfrac{\pi}{2}$ et de l'homothétie de rapport 2, toutes deux de centre ce point fixe.

3. $R \circ R : z \mapsto i(iz+2)+2 = -z+2+2i$. C'est la rotation d'angle π de centre $\dfrac{2+2i}{2} = 1+i$: la symétrie de centre Ω.

Exercice 5. Une équation de degré 3

1. $P(ib) = -ib^3 + (2+2i)b^2 + (2+4i)ib - 4i = (2b^2-4b) + i\left(-b^3+2b^2+2b-4\right)$. La partie réelle s'annule pour $b = 0$ ou $b = 2$; la partie imaginaire vaut -4 pour $b = 0$ et 0 pour $b = 2$. La solution imaginaire pure est donc $2i$.

2. En développant $(z-2i)\left(z^2+\beta z+\gamma\right) = z^3+(\beta-2i)z^2+(\gamma-2i\beta)z-2i\gamma$ et en identifiant : $\beta-2i = -2-2i$, donc $\beta = -2$, et $-2i\gamma = -4i$, donc $\gamma = 2$. On contrôle le terme en z : $2-2i\times(-2) = 2+4i$.

3. Le trinôme z^2-2z+2 a pour discriminant $-4 = (2i)^2$, donc pour racines $1+i$ et $1-i$. Les solutions de $P(z) = 0$ sont $2i$, $1+i$ et $1-i$.

Exercice 6. Racines cinquièmes de l'unité et $\cos\dfrac{2\pi}{5}$

1. Comme $\omega \neq 1$ et $\omega^5 = 1$: $1+\omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4 = \dfrac{1-\omega^5}{1-\omega} = 0$.

2. $\omega^4 = e^{-\frac{2i\pi}{5}} = \overline{\omega}$, donc $\alpha = \omega + \overline{\omega} = 2\cos\dfrac{2\pi}{5}$. Puis $\alpha+\beta = \omega+\omega^2+\omega^3+\omega^4 = -1$ et $\alpha\beta = \omega^3+\omega^4+\omega^6+\omega^7 = \omega^3+\omega^4+\omega+\omega^2 = -1$, car $\omega^5 = 1$.

3. α et β sont les solutions de $X^2+X-1=0$, soit $\dfrac{-1\pm\sqrt{5}}{2}$. Comme $0 < \dfrac{2\pi}{5} < \dfrac{\pi}{2}$, $\alpha > 0$: $\alpha = \dfrac{\sqrt{5}-1}{2}$ et $\cos\dfrac{2\pi}{5} = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$.

Questions fréquentes

Comment résoudre une équation du second degré dans $\mathbb{C}$?

Calculer $\Delta = b^2-4ac$, trouver une racine carrée δ de Δ, sous forme algébrique ou exponentielle, puis écrire $z = \dfrac{-b\pm\delta}{2a}$. La méthode s'applique aussi lorsque les coefficients sont complexes.

Comment être sûr d'avoir toutes les racines n-ièmes ?

Écrire les arguments $\dfrac{\theta+2k\pi}{n}$ pour $k = 0, \ldots, n-1$, avec le même module $\sqrt[n]{|a|}$. Ces n valeurs sont distinctes ; les autres entiers k redonnent les mêmes racines.

Comment montrer que quatre points sont cocycliques avec les complexes ?

Vérifier qu'ils sont distincts et non alignés, puis montrer que $\dfrac{c-a}{d-a}\times\dfrac{d-b}{c-b}$ est réel. On peut aussi trouver un point équidistant des quatre points.

Comment reconnaître une rotation à partir des affixes ?

Mettre la relation sous la forme $z'-\omega = a(z-\omega)$. Si $|a| = 1$ et $a \neq 1$, c'est la rotation de centre d'affixe ω et d'angle $\arg a$. Le cas $a = 1$ correspond à une translation.

Pourquoi un quotient réel signifie-t-il que trois points sont alignés ?

Son argument vaut 0 ou π modulo 2π : les deux vecteurs comparés ont la même direction. Le quotient n'est formé que si son dénominateur est non nul.

MATHFJIB - Mathématiques 2 Bac SM A
Suivez les consignes et la progression de votre professeur.
Retrouver le cours, ses illustrations et les exercices corrigés en ligne.